ESTUDIO DE LA HIDRODINÁMICA EN CAUCES DE MONTAÑA: CASO RÍO LA SUELA Juan F. Weber^{1,2} y Leticia Tarrab³

¹ Departamento de Hidráulica, F.C.E.F.yN. Universidad Nacional de Córdoba – Av. Vélez Sarsfield 1601 – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina – e-mail: jweber@efn.uncor.edu

² Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional – Maestro Torres esq. Cruz Roja – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina

³ CIRSA – Centro de Investigaciones de la Región Semiárida – Instituto Nacional del Agua (INA) - Av. Ambrosio Olmos 1142 – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina – e-mail:leticiatarrab@argentina.com

RESUMEN

En este trabajo se muestran los resultados de la implementación de dos modelos para la predicción de la distribución lateral de velocidades en una sección de aforos de la Estación Hidrométrica del Río La Suela (Córdoba, Argentina). El modelo analítico utilizado es el modelo de Shiono y Knight (1988) el cual predice la distribución lateral de velocidades, promediadas en la vertical, para cauces a régimen permanente y uniforme. Este modelo surge de la aplicación de la ecuación de momentum en la dirección de flujo en conjunto con la ecuación de continuidad utilizando como modelo de turbulencia el de la viscosidad de torbellino de Boussinesq. El segundo modelo considerado es el programa HEC-RAS, el cual es un modelo unidimensional que a través de una formulación simple estima la distribución lateral de flujo. La integración del perfil de velocidades en la dirección lateral permite obtener el caudal asociado a una profundidad de flujo dada. Se muestran las curvas H-Q predichas por el modelo analítico, los valores experimentales , y la curva H-Q predicha por un modelo estadístico estándar.

ABSTRACT

In this study, results of the use of two models for the prediction of lateral velocity distribution in a section in the Hydrometric Station of La Suela River (Córdoba, Argentina) are presented. The analytical model used is the Shiono and Knight model, which predicts the lateral distribution of the depth-average velocity in a steady, uniform open-channel flow. This model arises from the application of momentum equation in the flow direction together with continuity equation. The turbulence model applied is the Boussinesq's eddy viscosity. The second model is HEC-RAS which is one-dimensional and enables to estimate the lateral distribution of flow through a simple formula. The integration of this velocity profile in the lateral direction allows to obtain a discharge associated to a given flow depth. The H-Q rating curves predicted by the analytical model, the field or experimental values and the H-Q rating curves predicted by a standard statistical model are also presented.

INTRODUCCIÓN

Diversos problemas asociados a la Ingeniería Fluvial requieren, para su resolución, el conocimiento de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales.

Por otro lado, es posible predecir el caudal asociado a una profundidad de flujo determinada si se conoce esta distribución de velocidades promediada en la vertical por una simple integración de dichas velocidades en el área de flujo. Entonces se puede determinar el caudal asociado a una profundidad de flujo dada, generando de este modo un modelo matemático de base física para la predicción de la relación altura-caudal.

Los modelos numéricos hidrodinámicos bidimensionales (como por ejemplo el programa RMA2, del U.S. Army Corps of Engineers) son considerados modelos teóricos apropiados para resolver este problema.

Como en la mayoría de las aplicaciones la escala longitudinal de variación del flujo es mucho

mayor a la escala lateral (dada por el ancho de flujo), las variaciones longitudinales y laterales de flujo son calculadas independientemente. Las primeras, a través de los modelos hidrodinámicos unidimensionales basados en las ecuaciones de Saint – Vénant; en tanto que las segundas, a través de los modelos 1D de distribución lateral.

En el presente trabajo se presenta la aplicación del modelo analítico de Shiono-Knight (1988) y el programa unidimensional HEC-RAS (HEC,2001) para la predicción de la distribución lateral de velocidades a fin de resolver la hidrodinámica de un cauce de montaña. El primero aplica la ecuación diferencial del *Lateral Distribution Method* (LDM) mientras que el segundo utiliza el método del Canal Dividido (DCM) o método de Lotter. Finalmente, se estimó la relación altura-caudal (H-Q) a través de la integración del perfil lateral de velocidades predicho por Shiono-Knight.

MODELO ANALÍTICO

Una de las principales limitaciones de los modelos unidimensionales es la imposibilidad que tienen los mismos de considerar las pérdidas energéticas debido a la difusión lateral de cantidad de movimiento. Para poder incluirlas, es necesario plantear un modelo basado en las ecuaciones generales de movimiento o ecuaciones de Navier – Stokes, con las simplificaciones correspondientes. En este caso, es posible obtener una ecuación diferencial que permita predecir la distribución lateral de velocidades en la sección, asumiendo las condiciones de flujo permanente y uniforme y una cierta profundidad de flujo dada. Esta ecuación da lugar al denominado *Lateral Distribution Method* (LDM). La solución de la ecuación diferencial del LDM puede hacerse en forma numérica o analítica. El primer procedimiento fue propuesto por primera vez por Wark et al.(1988). En el segundo caso, el desarrollo original es debido a Shiono y Knight (1988). La integración de la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del flujo permanente y uniforme asumiendo como modelo de turbulencia el de la viscosidad de torbellino o de Boussinesq, da lugar a la ecuación diferencial (1) del denominado método de la distribución lateral (LDM):

$$\rho g S_0 Y - \frac{f}{8} \rho V^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} + \frac{d}{dy} \left[\rho \lambda \sqrt{\frac{f}{8}} Y^2 V \frac{\partial V}{\partial y} \right] = 0$$
(1)

en la cual:

 ρ : Densidad del fluido

- g: Aceleración de la gravedad
- S₀: Pendiente longitudinal del lecho
- Y: Profundidad de flujo
- V: Velocidad del flujo
- y: Coordenada horizontal medida transversal a la corriente
- s: talud lateral
- *f*: Coeficiente de fricción de Darcy
- λ : Viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq

Shiono y Knight (1988) obtienen las siguientes soluciones analíticas de la ecuación (1) (ver Figura 1):

Para fondo plano (horizontal, s $\rightarrow \infty$):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_1 e^{\eta y} + b_1 e^{-\eta y} + \frac{8gS_0Y}{f}}$$
(2)

Para fondo lineal (inclinado, $0 < s < \infty$):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_2 Y^{\psi} + b_2 Y^{-\psi - 1} + \omega Y}$$
(3)

En estas ecuaciones:

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \sqrt[4]{\frac{f}{8}} \frac{1}{Y}$$
(4)

$$\psi = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda}}\sqrt{8f} - \frac{1}{2}$$
(5)

$$\omega = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s}\frac{f}{8} - \frac{\lambda}{s^2}\sqrt{\frac{f}{8}}}$$
(6)

En las ecuaciones (2) y (3), los coeficientes a_i y b_i se obtienen al plantear las condiciones de contorno que corresponden a la de no deslizamiento en los contornos rígidos y las de continuidad y derivabilidad de la función velocidad en cada cambio de pendiente transversal del fondo, llegando de ese modo a un sistema lineal de ecuaciones que permite calcular los valores de estos coeficientes (Weber y Menéndez, 2003).



Figura 1.- Subdivisión típica de un canal de sección compuesta.

A partir de la ecuación (1), o de las ecuaciones (2) y (3), es posible ver que para un tramo

determinado de la sección transversal, el modelo analítico considerado tiene dos parámetros, uno que pondera la fricción con el contorno fijo (parámetro f) y otro que considera la difusión lateral de *momentum* (parámetro λ). Estrictamente hablando, el modelo tiene 2N parámetros, siendo N el número de tramos rectos en que es posible discretizar la sección transversal. De hecho, se deberán definir, por cada tramo recto, un par de valores λ y f.

MODELO HEC-RAS

Este modelo unidimensional tiene como objetivo la resolución de la ecuación de Bernoulli, para el flujo permanente gradualmente variado, cuya expresión es (7):

$$Y_2 + Z_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = Y_1 + Z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_e$$
(7)

Donde:

$$h_e = L\overline{S_f} + C\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}\right)$$
(8)

$$\overline{S_{f}} = \frac{1}{2} \left(S_{f1} + S_{f2} \right)$$
(9)

Siendo:

 Y_i : Tirante o profundidad de flujo en la sección i

Z_i: Cota o elevación del fondo en la sección i

V_i: Velocidad media en la sección i

 α_i : Coeficiente de distribución de velocidades o de Coriolis correspondiente a la sección *i*

 h_e : Pérdidas de energía en el tramo entre las secciones 1 y 2

L: Longitud del tramo entre las secciones 1 y 2

S_{fi}: Gradiente longitudinal de pérdidas por fricción en la sección i

C: Coeficiente por pérdidas por contracción – expansión.

La versión utilizada de HEC – RAS (*River Analysis System*) del U.S. Army Corps of Engineers fue la versión 3.0 (HEC, 2001). Para el desarrollo del presente trabajo resulta de interés la forma en que el modelo unidimensional estima una distribución lateral de velocidades.

Todas las leyes empíricas de pérdidas de energía utilizadas en hidráulica de canales abiertos pueden ser escritas en la forma:

$$Q = KS_f^{\frac{1}{2}}$$
(10)

donde Q es el caudal, S_f es la pendiente de la línea de energía y K es la conductividad hidráulica que, si se utiliza la ecuación de Manning para estimar pérdidas por fricción, se puede expresar como:

$$K = \frac{AR^{\frac{2}{3}}}{n} \tag{11}$$

donde A es el área de flujo, R el radio hidráulico y n el coeficiente de rugosidad de Manning.

Se debe indicar al programa que se desea obtener el perfil transversal de velocidades mediante la opción *Flow Distribution*. En ella, debe indicar el número de puntos en los que desea obtener los valores de la velocidad promediada en el área de influencia de cada uno de ellos.

Suponiendo conocidos los valores de S_f y el nivel del agua en una sección determinada (los cuales fueron calculados al resolver el perfil de flujo en el problema dado), los pasos que sigue el programa son los siguientes:

 a) Divide el área de flujo en la cantidad de partes definida por el usuario (Figura 2), y luego calcula el área, perímetro mojado, radio hidráulico y profundidad hidráulica para cada parte.



Figura 2.- Subdivisión de la sección transversal en HEC-RAS

- b) Con los valores calculados previamente, y el valor del *n* de Manning correspondiente, calcula la conductividad y el porcentaje de flujo en cada parte.
- c) Suma las conductividades de cada parte. En general, esta suma será distinta a la conductividad de la sección completa. Para corregir esta diferencia, calcula la relación entre la conductividad de la sección completa y la suma de las conductividades parciales. Luego multiplica la conductividad de cada sector por esa relación. Con esa conductividad determina el caudal en cada sector.
- d) Por último, calcula la velocidad media en cada sector como el cociente del caudal parcial antes determinado y el área correspondiente.

CASO DE ESTUDIO

Para la aplicación de los modelos se consideró la sección de aforos de la Estación Hidrométrica de la cuenca Piloto del Río La Suela. Este tipo de cuencas se seleccionan como representativas de una región donde se suponen características hidrológicas similares. Se utilizan para investigaciones sobre problemas específicos del ciclo hidrológico en condiciones naturales relativamente estables.

La cuenca del Río La Suela esta ubicada sobre la vertiente oriental de las Sierras Grandes, entre los 64°35' y 64°46' de Long. Oeste; y 31°31' y 31°39' de Lat. Sur perteneciendo a la Región Semiárida del país. El cauce responde a un régimen torrencial y posee una pendiente media del 0.2% en la zona correspondiente a la estación de aforo. Cuenta con una longitud en su curso principal de 31 km, mientras que el área de la cuenca es de 131.95 km². El caudal medio en los años 1972 y 1973 fue de 1.06 m³/s para los años 1972 y 1973 (Dasso, 1977), mientras que la crecida máxima en el año 1975 alcanzó un pico de 500 m³/s. Se realizaron aforos entre los años 1971 y 1984 mientras que se relevaron perfiles transversales en los años 1971, 1975, 1979, 1982. A fines del año 1973 se dio por finalizada la construcción de un muro aforador 170 m aguas arriba de la estación de aforos (Figura 3), siendo el mismo destruido por una crecida en el año 1975 y reconstruido años más tarde. El mismo interfirió en la morfología del cauce, observándose fluctuaciones en el nivel de fondo con una tendencia a la elevación y un ensanchamiento lateral.



Figura 3.- Muro aguas abajo de la estación de aforos

En la Figura 4 se puede observar un perfil de la sección transversal del cauce en la estación de aforos, con la subdivisión de tramos adoptada.



Figura 4.- Geometría de la sección de aforos

DATOS EXPERIMENTALES

Se seleccionaron los aforos del período 1980-1983, en el cual se alcanzó cierto equilibrio morfológico en la geometría transversal. Otra condición para la selección de los mismos fue

que la profundidad máxima superara los 0.5 m, de modo de reducir la incertidumbre asociada al procedimiento de medición. En total se utilizaron 32 aforos, de los cuales se eligeron 4 representativos para la estimación de la distribución transversal de velocidades, los mismos se detallan en la Tabla 1.

	Tabla 1 Casos de aplicación			
	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4
H (m)	1.4	1.52	1.95	2.15
$Q(m^3/s)$	27.87	34.09	59.79	83.41

Para profundidades menores a 1,2 m las mediciones se efectuaron a vadeo con un velocímetro Siap y las correspondientes a tirantes superiores mediante un teleférico operado desde la orilla, con un molinete Ott Kempten. En este último caso no se tomó en cuenta la catenaria formada por el cable que sostiene el velocímetro, provocada por el impulso del agua a gran velocidad sobre el mismo (y en menor grado sobre el cable), lo que distorsiona la profundidades medias.

Las velocidades en las verticales se midieron a 0.2 y 0.8 de profundidad y a 0.6 para profundidades bajas. Las crecidas se aforaban en forma continua hasta el paso total de la onda.

Este tipo de ríos (régimen torrencial) se caracterizan por la inestacionariedad del flujo, por lo que la variación media del nivel en los aforos seleccionados fue 10 cm , mientras que en los aforos de aguas altas superaba los 50 cm.

Las alturas hidrométricas se registraron con un limnígrafo perforado de cinta de cinco canales que marca cada 15 minutos la altura de la boya, a su vez se tomó lectura de la batería de escalas instalada unos metros aguas abajo de la sección de aforos, estando la misma vinculada a la lectura del limnígrafo.

METODOLOGÍA Y APLICACIÓN

En primer lugar se aplicó el modelo HEC-RAS (HEC, 2001) para estimar el valor local de la pendiente de la línea de energía en la sección de aforo, asumiendo como condición de contorno aguas abajo la existencia del muro aforador construido. Para la aplicación del mismo se utilizaron relevamientos de 4 secciones transversales aguas arriba del muro. y como se puede observar en la Figura 5 el flujo no es uniforme (debido a la presencia del vertedero), variando la pendiente de la línea de energía en función del caudal desde 0.0005 m/m a 0.0017 m/m. En esta figura, EG es la cota de la línea de energía y PF: perfil de flujo de cada caso de aplicación.

Se calibró el modelo de manera que la curva H-Q predicha ajustara a los datos experimentales. En la Figura 6 se muestra la curva estimada por HEC-RAS contrastada con los datos de campo

La implementación del modelo analítico descrito al inicio de este trabajo se efectuó siguiendo los lineamientos generales establecidos en trabajos previos (Weber, 2003). El código utilizado fue escrito en GNU Octave, el ingreso de los datos se efectúa a través de un archivo de texto que incluye los datos relativos a: topografía, rugosidad, turbulencia, condiciones de borde externas. El programa, originalmente pensado para obtener sólo los perfiles laterales de la velocidad, fue extendido de modo de poder generar una curva sintética altura – caudal dados

los límites inferior y superior de cálculo y los valores de profundidad para los cuales obtener el caudal; en este caso, el programa permite calcular la curva H-Q a paso constante o bien para determinados valores de H.



Figura 6.- Comparación de la relación altura-caudal predicha por HEC-RAS con los datos experimentales

La calibración del modelo se efectuó a través de un conjunto de perfiles de velocidad típicos que cubrieron el rango experimental; los valores de λ y *n* se mantuvieron constantes en la sección, para distintas profundidades, pero variando lateralmente. Para la implementación del modelo analítico se calculó el valor de *f* en función del valor de *n* según la siguiente relación (ecuación 12):

$$f = \frac{n^2}{R^{\frac{1}{3}}} 8g$$
(12)

Los valores del n de Manning considerados fueron los mismos que los utilizados en el modelo HEC-RAS. En el cauce principal se adopto el valor de 0,031 (tramos 6 y 7 de la Figura 4) y 0,05 para los demás tramos. Estos valores se estimaron en función de la morfología del cauce (Figura 7) y son consistentes con los valores utilizados en otros estudios (Caamaño Nelli, 1985).



Figura 7.- Sección aguas arriba de la sección de aforos del Río La Suela

Las viscosidades adimensionales de torbellino (λ) utilizadas fueron: 0,5 en el cauce principal, 0,2 en los taludes y en las márgenes 1,0. Estos valores surgieron en base a lienamientos previos (Knight et al., 1989; Weber y Tarrab, 2003).

Mediante la integración numérica del perfil lateral de velocidades dado por las ecuaciones (2) y (3) se determinó la relación profundidad – caudal (H-Q).

Para la aplicación del modelo analítico se utilizo como pendiente S_o la pendiente de la línea de energía S_f , obtenida a través de la aplicación del modelo HEC-RAS.

Alternativamente, y con fines comparativos, se implementó un modelo estadístico de regresión potencial sobre los datos de la forma (13):

$$H = aQ^{b}$$
(13)

Este modelo ha sido ampliamente utilizado en la práctica para obtener expresiones analíticas de la relación altura – caudal en secciones de cauces naturales. Tiene la ventaja operativa de que al aplicar logaritmos a ambos miembros de la ecuación (13) se obtiene (14):

$$\log H = \log a + b \log Q \tag{14}$$

lo cual permite reducir el problema a una regresión lineal. La función objetivo a minimizar elegida fue el coeficiente de determinación R^2 donde la ecuación del valor de *r* para la recta de regresión es (15):

$$r = \frac{n(\Sigma Q Q^*) - (\Sigma Q)(\Sigma Q^*)}{\sqrt{\left[n \Sigma Q^2 - (\Sigma Q)^2 \left[n \Sigma Q^{*2} - (\Sigma Q^*)^2\right]\right]}}$$
(15)

donde $Q \in Q^*$ son las series de datos medidas y calculadas (en este caso, los caudales aforados versus los caudales estimados).

Se ajusto la curva H-Q con una función potencial de la forma (16):

$$H = 0.264 Q^{0.4912} \tag{16}$$

RESULTADOS

En la Figura 8 se presentan las curvas H-Q predichas por el modelo analítico (Shiono y Knight) y por el modelo estadístico de regresión (potencial) conjuntamente con los aforos seleccionados para los cuales se calibró la curva.



Figura 8.- Curvas H-Q en la estación de aforos del Río La Suela

A su vez, se calculó la curva potencial más allá del rango seleccionado para poder compararla con la del modelo analítico. Finalmente se obtuvo el coeficiente de determinación para cada modelo, siendo para el modelo potencial igual a 0.982 y para el analítico de 0.99 lo cual muestra un buen desempeño de este último.

En la Figura 9 se muestran las estimaciones de la distribución lateral de velocidades predichas por el modelo analítico utilizando como condición de borde la profundidad máxima de flujo medida, y del modelo unidimensional HEC-RAS en el cual la condición de borde es el caudal dato.

Para los casos 1 y 2, que corresponden a aguas bajas, se observa un buen desempeño de ambos modelos, mientras que para aguas altas (caso 3 y 4) el modelo de Shiono-Knight ajusta mejor el perfil ya que al considerar la difusión de *momentum* desde el cauce principal a las márgenes estima de manera aceptable las velocidades en los tramos de baja profundidad de flujo.



Figura 9.- Perfiles de velocidad estimada por Shiono-Knight y HEC-RAS

CONCLUSIONES

- El modelo analítico aplicado ha demostrado ser de utilidad en el estudio de la hidrodinámica de un cauce de montaña.

- A pesar de la inestacionariedad de ciertos caudales, la relación profundidad – caudal predicha ajusta adecuadamente a los datos disponibles (r = 0,99), lo cual confirma al modelo de Shiono y Knight como un buen predictor de la función H-Q, aún en cauces de régimen torrencial.

- La distribución lateral de velocidades fue predicha, en términos generales, en forma adecuada por el modelo analítico, si bien se observa cierta variabilidad asociada a: (a) la variación de la pendiente de la línea de energía con el caudal; (b) la inestacionariedad del flujo, y (c) incertidumbres propias en el proceso de medición, asociadas a la finalidad del trabajo (aforo).

- El valor del coeficiente de determinación es levemente mayor en las predicciones realizadas a través del modelo analítico que en el estadístico, con lo cual se puede afirmar que la calidad en la representación buscada es equivalente entre el modelo propuesto y el modelo tradicional estadístico, con indudables ventajas conceptuales de éste.

- El modelo unidimensional ha mostrado un comportamiento aceptable desde el punto de vista ingenieril, observándose diferencias en los resultados atribuibles a la ausencia de procesos difusivos en su formulación y a las discrepancias entre los caudales comparados, ya que en el modelo analítico se utiliza la profundidad de flujo dato para estimar el caudal, y en HEC-RAS a la inversa.

Agradecimiento. Los autores agradecen a la Geól. Clarita Dasso por su valioso asesoramiento y al Centro de Investigaciones de la Región Semiárida (CIRSA) por el apoyo institucional y el aporte de los datos que hicieron posible la realización de este trabajo. El primer autor desea agradecer además a la Universidad Tcnológica Nacional – Facultad Regional Córdoba y al Colegio de Ingenieros Civiles de la Provincia de Córdoba – Regional Capital por el apoyo brindado.

LISTA DE SÍMBOLOS

- *Q* Caudal
- ρ : Densidad del fluido
- g: Aceleración de la gravedad,
- *S*₀: Pendiente longitudinal del lecho
- *Y*: Profundidad de flujo
- V: Velocidad del Flujo
- y: Coordenada horizontal medida transversal a la corriente
- s: talud lateral
- *f*: Coeficiente de fricción de Darcy
- λ : viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq
- *Z*: Cota o elevación del fondo
- α : Coeficiente de distribución de velocidades o de Coriolis correspondiente a la sección i
- h_e : Pérdidas de energía en el tramo entre secciones
- L: Longitud del tramo entre las secciones 1 y 2
- *S_f*: Gradiente longitudinal de pérdidas por fricción
- *C*: Coeficiente por pérdidas por contracción expansión.
- *n* Coeficiente de rugosidad de Manning
- *K* Conductividad hidráulica
- *A* Área de flujo
- *R* Radio hidráulico
- *H*: Cota de la superficie de agua

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Caamaño Nelli, G. H. (1985). "La Curva de Descarga para Cursos no Aforados" *Anales*, XII Congreso Nacional del Agua, Mendoza, Argentina.

Dasso, C. (1977). *Investigación del escurrimiento subsuperficial en la Cuenca del Río la Suela*, Informe Final de Beca, Centro de Investigaciones Hídricas de la Región Semiárida, Villa Carlos Paz, Córdoba, Argentina.

Hydrologic Engineering Center. (2001). *HEC – RAS Hydraulic Reference Manual*, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, CA.

Knight D. W., Shiono, K., Pirt, J. (1989). "Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow", *Proceedings of the International Conference on Hydraulic and Environmental Modeling of Coastal, Estuarine and River Waters*, Bradford, pp. 419-428.

Shiono, K., Knight, D.W. (1988). "Two Dimensional Analytical Solution for a Compound Channel", *Proc. 3rd Intl Symp. on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements*, Tokyo, Japan, pp. 503-510.

Wark, J. B., Samuels, P. G., Ervine, D. A. (1990). "A practical method of estimating velocity and discharge in compound channels", *Proceedings of the International Conference on River Flood Hydraulics*, Wiley, U.K, pp. 163-172.

Weber, J. F. (2003). *Modelación integrada uni y bidimensional de flujo en planicies de inundación*. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería – Mención en Recursos Hídricos - Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba.

Weber, J. F., Menéndez, A. N. (2003). "Modelo LATERAL para simular la distribución lateral de velocidades en cauces naturales", *Mecánica Computacional*, Vol. XXII, Bahía Blanca.

Weber, J. F., Tarrab, L. (2003). "Modelación de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales- caso Alto río Paraná", *Mecánica Computacional*, Vol. XXII, Bahía Blanca.