

GEOMETRÍA EN PLANTA DE EQUILIBRIO DE CORRIENTES DE DENSIDAD DEBILMENTE MEANDROSAS

Oscar Sarmiento^(1,2) y Marco Falcón⁽²⁾

⁽¹⁾Departamento de Matemáticas, Universidad Antonio José de Sucre, Caracas, Venezuela.

⁽²⁾Instituto de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela.

Apartado Postal 47725, Caracas 1041-A, Venezuela.

E-mail: osar@imf.ing.ucv.ve, mfalcon@imf.ing.ucv.ve

RESUMEN

Se presenta un modelo teórico, verticalmente integrado, linealizado para determinar la geometría en planta, seno generada, de un meandro submarino correspondiente a una condición en que el esfuerzo cortante promedio, máximo, sobre la margen exterior del cauce de ancho constante hecho por una corriente de densidad, sea igual al mismo esfuerzo (supuesto como propiedad del material de margen) cuando inicialmente el cauce era recto. Se busca la amplitud, ω , del ángulo de desviación del eje tangencial central del meandro respecto a la dirección longitudinal inicial, tal que la disminución de la componente de peso que resistía la margen (cauce recto) por disminución de la pendiente geométrica (cauce curvo) se compense con un aumento debido al eflujo neto de cantidad de movimiento. Se deduce la distribución tridimensional de la componente de velocidad transversa y se calcula el esfuerzo cortante transverso sobre el lecho con una combinación del modelo turbulento de Boussinesq y la ecuación de cantidad angular de movimiento, lo cual sugiere que dicho esfuerzo no debe determinarse con la velocidad media transversa. Se presenta un ejemplo de aplicación. Hasta no disponer de mediciones y observaciones será difícil establecer las condiciones que determinan la estabilidad de las márgenes.

ABSTRACT

A theoretical, vertically-integrated, linearized model is presented for determining the in-plan, sine-generated geometry of a submarine, constant width meander such that the maximum, mean shear-stress on the outer bank exerted by the curvilinear density current be equal to the same previous, straight-channel bank-stress (considered as a resistive property of the bank material). The deviation angle, ω , of the curved channel axis with respect to the original straight direction is sought such that the decrease (due to bed-slope reduction) of the original, tangential, buoyant-weight component resisted by the bank is compensated by net momentum efflux from a pertinent control volume. The three-dimensional distribution of the transverse velocity component is deduced as well as the central, transverse, bed shear-stress, under the influence of Boussinesq's turbulence model together with the angular momentum principle. The results show that the latter quantity should not be obtained from a resistance coefficient combined with the mean transverse velocity component. An application example is presented. Not until further measurements and observations are available will it be possible to establish the conditions for submarine, meander bank stability.

INTRODUCCIÓN

La existencia de meandros submarinos formados por corrientes de densidad sobre la plataforma continental, provenientes de la desembocadura de ríos, ha sido reportada por Imran et al (1999) para el río Amazonas y en la Columbia Británica. En el primer caso se observan meandros bastante desarrollados, que si se caracterizan con curvas seno generadas, el eje del cauce llega a formar un ángulo máximo, ω , cercano a $\pi/2$ con la dirección de máxima pendiente de la plataforma. Falcón (1979, 1997) investigó el caso de meandros subaéreos cuasi rectos, obteniendo resultados certeros, con un análisis linealizado sin coeficientes ajustables, que incluía la ecuación de cantidad angular de movimiento. En el presente trabajo se aplica el mismo modelo lineal a los meandros submarinos, pero con las debidas modificaciones en las ecuaciones por la reducción del peso específico efectivo, $\Delta\gamma$, supuesto constante sobre la profundidad de la corriente de densidad. El mar suprayacente, con

peso específico γ_M , se supone invíscido.

Para calcular la geometría en planta de equilibrio se determinan inicialmente las condiciones de flujo en un cauce recto que podría meandrear, conservando su ancho y pendientes laterales de sus márgenes, pero modificando su pendiente central, S_m , a lo largo de la curva seno generada. La longitud de onda en la dirección de máxima pendiente, L_0 , se determina por el modelo de Kitanidis & Kennedy (1984) modificada por el efecto de $\Delta\gamma$. Al meandro corresponde una curva seno generada de longitud de onda λ , la cual depende adicionalmente de la magnitud de ω .

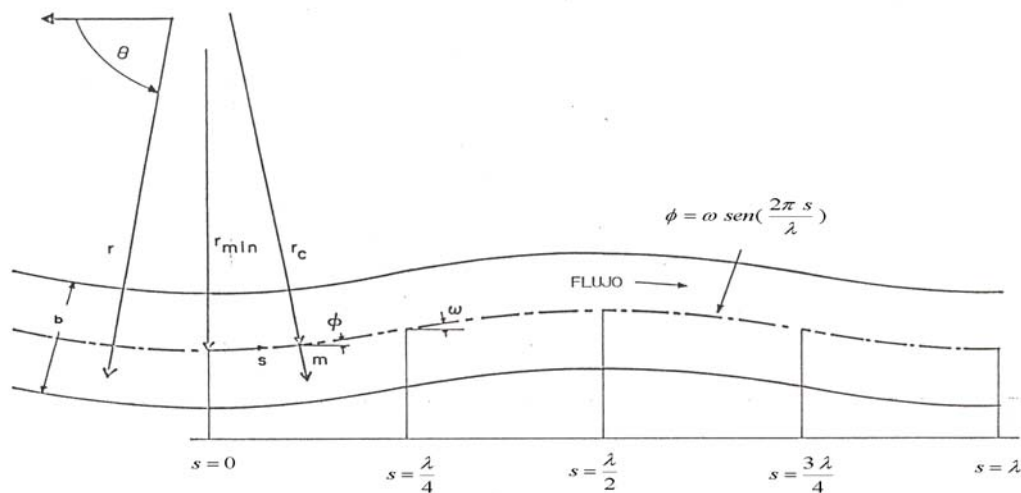


Figura 1.- Esquema de un canal meandroso seno generado.

El cálculo de las condiciones de flujo en el cauce inicialmente recto arroja una magnitud para el esfuerzo cortante promedio sobre las márgenes, τ_m , y siguiendo a Marrero y Falcón (2004, 2006) se supondrá que ese esfuerzo es representativo de la resistencia al corte del material de margen correspondiente. La proporción de material arcillo limoso alta sobre estas márgenes conlleva a que puedan tener alguna cohesión importante. Finalmente, al resolver el sistema de ecuaciones linealizadas que describen el flujo tridimensional en la corriente de densidad, se formula el balance de la ecuación de cantidad de movimiento, en dirección tangencial, para un volumen de control adosado a la margen exterior que da la variación longitudinal del esfuerzo cortante promedio sobre la margen, en función de la componente tangencial de peso efectivo del fluido (resistido por la margen) y del eflujo neto de cantidad de movimiento. Se considera que la magnitud de ω que hace que el máximo esfuerzo medio sobre la margen sea igual a τ_m , es la que corresponde a la condición de equilibrio.

ANÁLISIS

Flujo en cauce recto

El modelo teórico linealizado para el cálculo del flujo tridimensional en la corriente de

densidad, en la porción central del cauce es análogo al presentado por Falcón (1979) para el caso de flujo en meandros subaéreos cuasi rectos. Sin embargo en el caso presente es necesario modificar algunas de las ecuaciones para tomar en cuenta el efecto de la estratificación de densidad. Luego, la geometría en planta de equilibrio se obtiene en parte utilizando el modelo de Kitanidis & Kennedy (1984), y por otra parte aplicando la componente tangencial de la ecuación de cantidad de movimiento a un volumen de control en contacto con la margen, que incluye el esfuerzo cortante de la margen sobre el fluido, la componente de peso tangencial del fluido que es resistido por el talud de la margen, y el efecto de la corriente secundaria en el eflujo neto de momentum tangencial, calculado sobre una superficie curva levantada desde el pié del talud de margen.

Si se tiene una corriente con densidad $\gamma_M + \Delta\gamma$, de profundidad d y velocidad media V , constantes, sobre un lecho de pendiente S_o , bajo un mar inviscido de peso específico γ_M cuya profundidad desde la superficie libre hasta la superficie de la corriente de densidad es d_{mar} . Jirka & Sargent (1987) elaboran sobre el carácter pseudo laminar de la superficie de contacto entre fluidos estratificados, por lo que simplifica el problema despreciando el esfuerzo cortante en esa zona. Si se aplica la ecuación de Bernoulli entre dos secciones transversales separadas una distancia ΔL a lo largo del lecho se tiene

$$z_1 + d + V^2/2g + \frac{d_{mar}\gamma_M}{\gamma_M + \Delta\gamma} = h_f + z_2 + d + V^2/2g + (d_{mar} + \Delta LS_o) \frac{\gamma_M}{\gamma_M + \Delta\gamma}. \quad (1)$$

Al simplificar en (1) resulta

$$h_f/\Delta L = S_e = \frac{\Delta\gamma}{\gamma_M + \Delta\gamma} S_o, \quad (2)$$

donde S_e es la pendiente de energía del flujo en la corriente de densidad y es menor que la pendiente geométrica del lecho porque a medida que progresa va ganando carga de presión debido a la profundización progresiva del mar.

Por otra parte, para ángulos de inclinación α del lecho pequeños, tal que $\sin \alpha \approx \alpha$ y bajo condición de presión hidrostática, resulta

$$\tau_o = \Delta\gamma d S_o, \quad (3)$$

para el esfuerzo cortante longitudinal sobre el lecho de la corriente de densidad. Análogamente, si R_m es el radio hidráulico de la margen, el esfuerzo cortante medio sobre ella se tomará como

$$\tau_m = \Delta\gamma R_m S_o. \quad (4)$$

El cálculo del flujo en un cauce inicialmente recto comienza por determinar R_m de (4) donde solo falta especificar la magnitud de $\tau_m = 0.1219 \text{ Kgrs/m}^2$, correspondiente a la resistencia natural del material de margen, la cual se tomó de los resultados de Flaxman reportados por Vanoni (1975) para suelos finos. Luego se calcula la velocidad media del flujo correspondiente a la margen mediante la fórmula de Manning:

$$V_m = \frac{R_m^{2/3} S_e^{1/2}}{n_m}, \quad (5)$$

donde n_m es el coeficiente de Manning supuesto para una margen formada por sedimentos finos. El uso de S_e en (5) coincide con el tratamiento dado por Jaeger (1961) y proviene de igualar (3) con la formulación de Darcy Weisbach

$$\tau_o = \frac{1}{8}(\rho + \Delta\rho) fV^2, \quad (6)$$

y en ésta utilizar las fórmulas de Chèzy y Manning. Se supone que la velocidad media en el lecho activo, de ancho b , es la misma que la dada por (5), por lo tanto se puede calcular que el radio hidráulico correspondiente es

$$r_b = \left[\frac{Vn_b}{\sqrt{S_e}} \right]^{3/2}. \quad (7)$$

Es de notar que la magnitud del coeficiente de Manning para el lecho se tomará mayor que la de la margen y la pendiente transversa de la margen será grande, por lo cual la igualdad de las velocidades medias en ambas regiones parecería razonable. Finalmente para determinar la profundidad, d , del flujo de la corriente de densidad, se iguala el área total de la sección transversal trapezoidal, $bd + p_o d^2$ a la suma de $2r_m p_m + r_b b$, donde $p_m = d\sqrt{1+p_o^2}$ es el perímetro mojado por la corriente de densidad y p_o es la pendiente de la margen. Conocida la profundidad se tiene el área total, que al multiplicar por V , da el caudal de la corriente de densidad. De (3) y (6) se deduce que el factor de fricción de Darcy-Weisbach es

$$f = \frac{8gr_b S_e}{V^2} = \frac{1}{n^2}, \quad (8)$$

donde n es el coeficiente de Nunner. Con los datos y cálculos obtenidos hasta este punto se procede a aplicar el modelo teórico para el cauce recto ahora perturbado en planta como una curva seno generada dada por

$$\phi = \omega \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{s}{\lambda}\right). \quad (9)$$

Siguiendo el desarrollo del modelo de Kitanidis & Kennedy solo hace falta sustituir S_o por S_e para calcular el coeficiente f , tal como se indica en (8), y entonces se tiene

$$L_o = 20 \sqrt{\frac{br_b}{f}}. \quad (10)$$

donde L_o es la longitud de onda medida en dirección longitudinal. Es sencillo demostrar que el valor de L_o dado por (10) es $[(\gamma + \Delta\gamma)/\Delta\gamma]^{1/2}$ veces mayor que el valor correspondiente a meandros subaéreos. La magnitud de λ se obtiene proyectando la curva seno generada de longitud λ sobre L_o con lo cual se obtiene el inverso de la sinuosidad

$$\frac{L_o}{\lambda} = \int_0^1 \cos\left[\omega \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{s}{\lambda}\right)\right] d\left(\frac{s}{\lambda}\right), \quad (11a)$$

y la desviación máxima de la curva respecto a la recta L_o (su amplitud A) es dada por:

$$\frac{A}{\lambda} = \int_{1/4}^{1/2} \text{sen} \left(\omega \text{sen} 2\pi \frac{s}{\lambda} \right) d \left(\frac{s}{\lambda} \right), \quad (11b)$$

las cuales se pueden integrar numéricamente y solo dependen de la magnitud de ω . Para los flujos débilmente curvos considerados aquí las ecuaciones gobernantes en coordenadas curvilíneas se expresan como si se tratara de coordenadas cilíndricas localmente. Con excepción de la ecuación dinámica transversa puntual o local (necesaria para obtener $\mu(\eta, s)$), las demás ecuaciones se utilizan en su forma verticalmente integrada.

Flujo en cauce meandroso

De (9) se calcula

$$\frac{1}{r_c} = \frac{1}{r_{\min}} \cos 2\pi \frac{s}{\lambda}, \quad (12a)$$

y

$$r_{\min} = \frac{\lambda}{2\pi \omega}, \quad (12b)$$

donde r_{\min} es el mínimo radio de curvatura medido al eje central del cauce, y r_c es el radio de curvatura para cualquier valor de la coordenada longitudinal s . Los ápices de la curva en planta ocurren en $s = 0, \lambda/2, \lambda$, etc. El radio r_c se hace infinito cuando $s/\lambda = (2j+1)/4$. A continuación se presentan las ecuaciones gobernantes para el flujo curvilíneo en cauces débilmente meandrosos:

Ecuación dinámica transversa:

$$H'_c + \frac{\tau_{orc}}{\Delta\gamma d_c} + \left(\frac{\gamma + \Delta\gamma}{\Delta\gamma} \right) \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial s} \left[\int_0^1 u_c v_c d\eta \right] + \left(\frac{\gamma + \Delta\gamma}{\Delta\gamma} \right) \frac{1}{gr_c} \int_0^1 v_c^2 d\eta, \quad (13)$$

donde H'_c es la pendiente transversa de la superficie de la corriente de densidad en el centro del cauce, d_c es la profundidad central del flujo supuesta constante, τ_{orc} es el esfuerzo cortante transverso sobre el centro del cauce, η es una coordenada perpendicular al lecho adimensionalizada por la profundidad local del flujo: $\eta = (z-h)/d$, y $u_c(\eta)$ y $v_c(\eta)$ son las distribuciones verticales de las componentes transversa y tangencial del flujo. La componente transversa debe ser calculada y para la componente tangencial se utiliza la distribución de Nunner (Hinze, 1959)

$$v_c(\eta) = V_c \frac{n+1}{n} \eta^{1/n} \quad (14)$$

donde V_c es la velocidad media tangencial verticalmente integrada.

Ecuación de cantidad de movimiento angular respecto a un eje tangencial a nivel del lecho:

$$H'_c + \left(\frac{\gamma + \Delta\gamma}{\Delta\gamma} \right) \frac{2}{g} \frac{\partial}{\partial s} \left[\int_0^1 u_c v_c \eta d\eta \right] = \left(\frac{\gamma + \Delta\gamma}{\Delta\gamma} \right) \frac{V_c^2}{gr_c} \frac{n+1}{n}. \quad (15)$$

Se plantean los siguientes tipos de solución sobre el eje central del cauce que luego formarán

parte de una solución global del problema:

$$H'_c(s) = H'_A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(s - \delta), \quad (16)$$

$$\tau_{orc} = \tau_A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(s - \delta_\tau), \quad (17)$$

$$y \quad u_c(\eta, s) = u_A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(s - \delta_u) + \mu(\eta, s). \quad (18)$$

Las expresiones (16) y (17) tienen cada una una amplitud y un desfase para tomar en cuenta el efecto de la no uniformidad del flujo. La expresión para $u_c(\eta, s)$ contiene un primer término representativo de la velocidad media verticalmente integrada para la componente de velocidad transversa la cual también tiene una amplitud y un desfase. El segundo término $\mu(\eta, s)$ se denomina la componente rotacional. Su integral vertical es nulo y conlleva a la condición de velocidad transversa total nula en $\eta = 0$. Así, la velocidad media no genera esfuerzo cortante, el cual se debe a la componente rotacional, y la componente rotacional no aparecerá en la ecuación de continuidad del fluido verticalmente integrada. Al insertar las soluciones propuestas en (13) y (15) cada ecuación se desdobra en dos ya que es necesario que los coeficientes de seno y coseno de $2\pi s/\lambda$ en dichas ecuaciones sean cero, respectivamente.

La ecuación dinámica transversa, local y aplicada en el centro del cauce es

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} = \Delta \lambda H'_c - (\rho + \Delta \rho) \left(\frac{v_c^2}{r} - v_c \frac{\partial u_c}{\partial s} \right) \quad (19)$$

Esta ecuación se integra verticalmente desde un η cualquiera hasta $\eta = 1$ para obtener una expresión para el esfuerzo cortante $\tau_{zr}(\eta)$. Para aplicar el modelo de turbulencia de Boussinesq (Hinze, 1959), se obtiene el coeficiente de difusión de cantidad de movimiento turbulento a partir de (14) y la expresión

$$\tau_{z\theta} = \Delta \gamma d S_o (1 - \eta) = (\rho + \Delta \rho) \epsilon_m \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (20)$$

para luego insertarlo en la expresión correspondiente a la dirección transversa

$$\frac{\partial u_c}{\partial z} = \frac{\tau_{zr}}{(\rho + \Delta \rho) \epsilon_m}. \quad (21)$$

Este resultado conlleva a una ecuación integro diferencial parcial para $\mu(\eta, s)$ cuya solución se presenta en Falcón (1979).

Ecuación dinámica longitudinal:

$$\begin{aligned}
(\rho + \Delta\rho) \left[\left(\frac{\partial d}{\partial r} + 2 \frac{d}{r} \right) \left(\int_0^1 u_c v_c d\eta \right) + d \frac{\partial}{\partial r} \left(\int_0^1 u_c v_c d\eta \right) + \left(\int_0^1 v_c^2 d\eta \right) \left(\frac{\partial d}{\partial s} \right) + \right. \\
\left. d \frac{\partial}{\partial s} \left(\int_0^1 v_c^2 d\eta \right) \right] = -\Delta\gamma d \frac{\partial H}{\partial s} - \tau_{0\theta}
\end{aligned} \tag{22}$$

La pendiente longitudinal de la superficie de la corriente de densidad $\frac{\partial H}{\partial s}$ se obtiene integrando transversalmente (16) y luego derivando el resultado respecto a s. Se proponen las siguientes perturbaciones ν y ε para las variaciones transversas y longitudinales de V y d:

$$V(r,s) = V_c(1 + \nu) \tag{23a}$$

$$y \quad d(r,s) = d_c(1 + \varepsilon), \tag{23b}$$

$$\text{respectivamente, donde} \quad \nu = \nu_o \cos \frac{2\pi}{\lambda} (s - \delta_\nu)(r - r_c) \tag{24a}$$

$$y \quad \varepsilon = \varepsilon_o \cos \frac{2\pi}{\lambda} (s - \delta_\varepsilon)(r - r_c). \tag{24b}$$

Al introducir las ecuaciones (23) y (24) en (22), eliminar el balance de fuerzas no perturbadas, y eliminar los términos no lineales se obtienen dos ecuaciones, similarmente a como ocurre con las ecuaciones (13) y (15).

Ecuación de continuidad de sedimentos:

Sean q_s y q_r las tasas de transporte de carga de fondo en las direcciones tangencial y transversa (los transportes suspendidos se consideran despreciables). El principio de la conservación de la materia se traduce en

$$r_c \frac{\partial q_s}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) = 0 \tag{25}$$

Se utiliza una fórmula de arrastre potencial $q_s \propto [V(r,s) - V_{cr}]^p$, donde V_{cr} es la velocidad correspondiente al movimiento incipiente para el D_{50} del sedimento, y p es un coeficiente que fue calibrado por Falcón(1979, 1997). Dividiendo por la misma expresión en el centro del cauce resulta

$$q_s(r,s) = q_{sc} \left(1 + \frac{p}{1 - V_{cr}/V_c} \nu \right) \tag{26}$$

Al designar $k = r - r_c$ y $k_0 = b/2$ se puede demostrar que

$$q_r = q_{sc} \left(\frac{r_c}{r} \right) \left(\frac{p}{1 - V_{cr}/V_c} \right) \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \nu_o \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda} (s - \delta_\nu) \left(\frac{k^2 - k_o^2}{2} \right), \tag{27}$$

cumpliendo con la condición de que al pie de cada margen el arrastre transverso es nulo.

Ahora se impone la condición sobre el centro del lecho de que la desviación del arrastre de fondo respecto a la dirección tangencial sea igual al de la fuerza resultante sobre la partícula de tamaño D_{50} :

$$\frac{q_{rc}}{q_{sc}} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3(\gamma_s - \gamma_M - \Delta\gamma)\frac{\partial d}{\partial r} + \tau_A\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(s - \delta_\tau)}{\Delta\gamma d_c S_o \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2}. \quad (28)$$

Finalmente se aplica la ecuación de continuidad del fluido:

$$r_c \frac{\partial}{\partial s}(Vd) + \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{u}d) = 0, \quad (29)$$

donde \bar{u} es la componente transversa de velocidad verticalmente integrada. De esta ecuación, luego de insertar (12), (18), (23) y (24) resulta

$$\frac{\bar{u}}{V_c} = \frac{\pi d_c r_c}{\lambda d r} [\varepsilon_o \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda}(s - \delta_\varepsilon) + \nu_o \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda}(s - \delta_\nu)](k^2 - k_o^2), \quad (30)$$

donde la velocidad media transversa al pie de las márgenes es nula. La formulación desarrollada permite resolver un sistema lineal de ecuaciones para todas las variables involucradas.

Esfuerzo cortante tangencial sobre la margen

Se aplica la ecuación de cantidad de movimiento tangencial al fluido en un volumen de control adosado a la margen exterior, con lo cual se obtiene el esfuerzo cortante tangencial promedio ejercido sobre la margen, $\tau_M(s)$, en función de la componente longitudinal del peso boyante del fluido en la corriente de densidad resistido por la margen, y del eflujo neto de cantidad de movimiento desde el volumen de control. El esfuerzo cortante linealizado obtenido es:

$$\tau_M(s) = \Delta\gamma r_m S_m + \frac{\rho + \Delta\rho}{\sqrt{1 + p_0^2}} \int_0^1 \mu v_c d\eta. \quad (31)$$

El objetivo es encontrar el valor de ω tal que el máximo valor dado por (31) sea igual a la resistencia del material de margen del cauce en su estado anterior recto.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se considera un canal recto de pendiente $S_0 = 0.0026$, ancho $b = 1000$ m., coeficiente de Manning en la margen $n_m = 0.007$, coeficiente de Manning del lecho $n_b = 0.030$, se supone que la pendiente en uno vertical de cada margen es $p_0 = 87.5$, $\gamma_M = 1030$ Kgrs/m²,

$\Delta\gamma = 0.071 \gamma_M$, diámetro D50 del sedimento = 0.1 mm.

En la figura 2 se presenta la curva de esfuerzo cortante tangencial promedio sobre un meandro submarino obtenida al aplicar el modelo desarrollado. La figura 3 muestra los perfiles de velocidad transversa adimensional, $u_c(\eta)/V_c$, en el eje horizontal, versus la altura adimensional η , $0 \leq \eta \leq 1$, en el eje vertical.

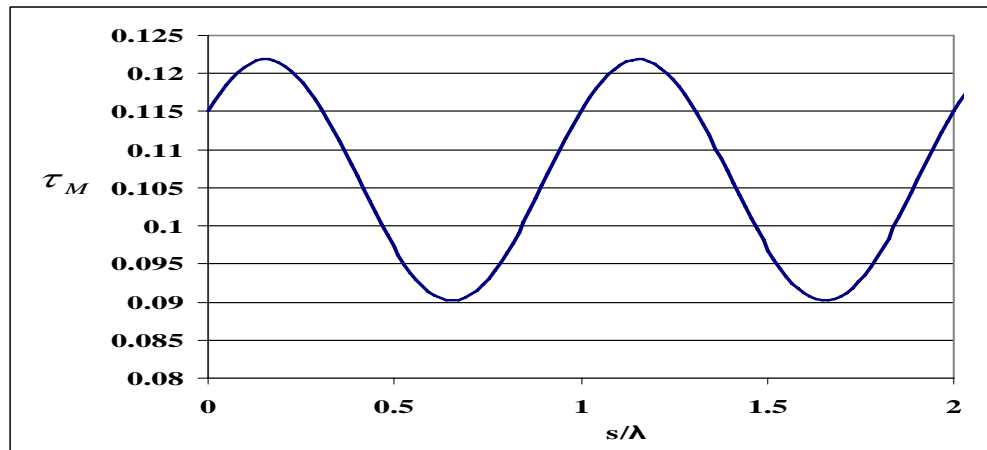


Figura 2.- Esfuerzo cortante tangencial promedio sobre la margen de un meandro submarino

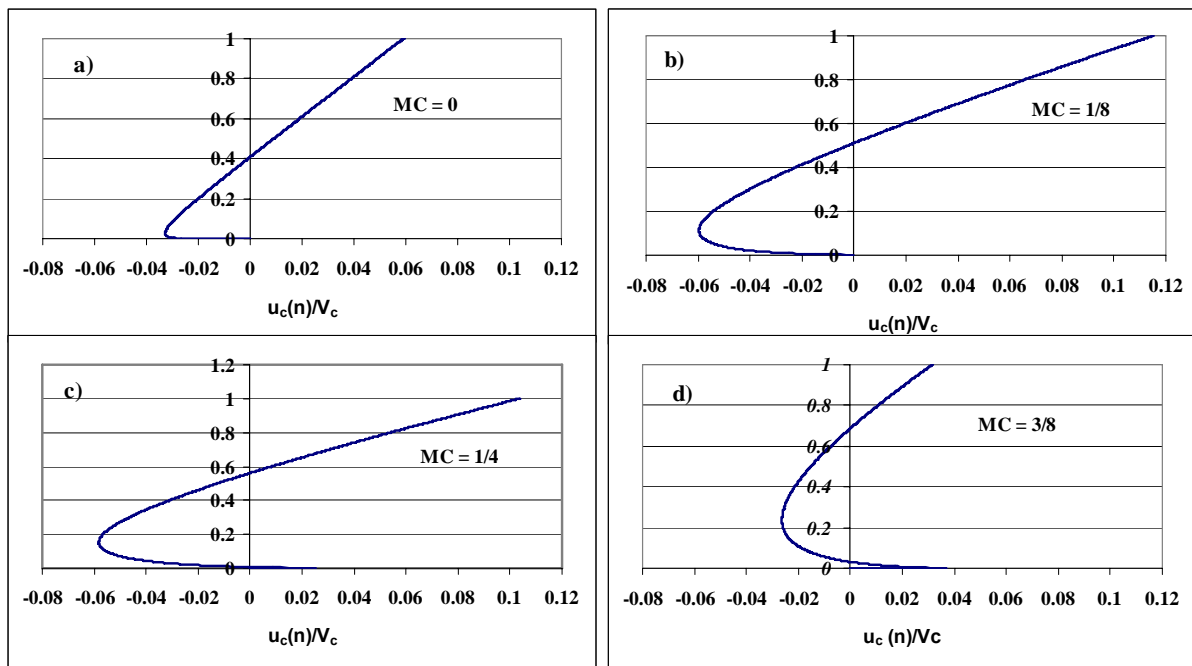


Figura 3.- Perfiles de velocidad transversa adimensional en las secciones $MC = s/\lambda$.

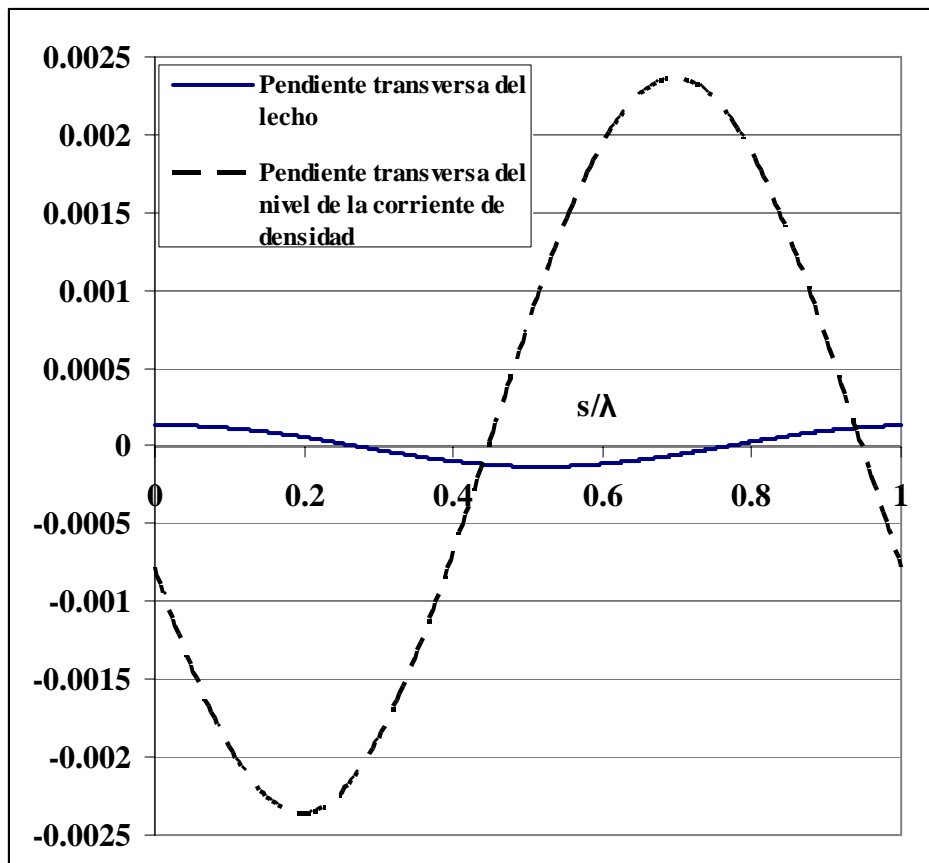


Figura 4.- Perfiles de pendientes transversas en función de s/λ .

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La secuencia de cálculos presentada en la teoría y en la aplicación parten de un supuesto valor para la resistencia del material de margen del cauce que contiene a la corriente de densidad, en lugar de especificar el caudal total de la corriente de densidad proveniente de la desembocadura del río correspondiente. Este segundo enfoque se podría implementar si se conocieran dicho caudal, la geometría de las márgenes, el ancho central del cauce, la pendiente longitudinal del lecho, la granulometría del material formativo y la concentración de sedimento de la corriente sumergida. Para los materiales muy finos a esperar sobre el lecho, no se sabe con certeza cual sería una relación de fricción adecuada. Por lo tanto, y debido a la importancia que aquí se le da a la resistencia de un suelo probablemente limo arcilloso con algo de arena fina, y a que Flaxman da algunos resultados gráficos para la resistencia de esos materiales, es por lo que se ha trabajado con la secuencia arriba mencionada.

Se ha considerado la condición de estabilidad de la margen como dominada por su resistencia, principalmente cohesiva, y no como un equilibrio de transportes sólidos en su vecindad inmediata.

En la figura 2 se observa que sobre la margen exterior ocurre un máximo esfuerzo cortante a una pequeña distancia del ápice de la curva, el cual se repite cada 180° , y en la margen interna, contraria, ocurre un mínimo esfuerzo cortante, que también se repite cada 180° . Estas variaciones se deben a que el término que representa el eflujo neto de cantidad de movimiento ha sido linealizado y por lo tanto es puramente oscilatorio, de manera que se le

suma y resta alternativamente (a lo largo del cauce curvilíneo) a la componente de peso boyante, tangencial al lecho, de la corriente de densidad.

En la figura 3 se muestran diversos perfiles de la componente de velocidad transversa a lo largo de diferentes secciones del meandro. La magnitud de esas velocidades es muy similar al caso de meandros incipientes subaéreos (Falcón, 1979). Esto se debe a que para velocidades tangenciales más o menos similares a los casos de ríos, las fuerzas inerciales son proporcionales a la densidad total de la corriente. La fuerza opositora (proporcional a $\Delta\gamma$) debida al gradiente de presión transversa aumenta porque aumenta su pendiente transversa y el balance genera velocidades transversas significativas. En la figura 4, para el ejemplo presentado, se observa que las variaciones de la pendiente transversa de la superficie de la corriente de densidad son considerablemente mayores que las variaciones correspondientes del lecho.

El uso complementario del modelo turbulento de Boussinesq junto a la ecuación de cantidad angular de movimiento ha dado resultados certeros para casos subaéreos, pero por razones obvias no se ha podido verificar para meandros submarinos. Sin embargo, el presente trabajo enfatiza el hecho de que no se debe calcular el esfuerzo transverso sobre el lecho con la velocidad media transversa y una ley de fricción solo válida para perfiles logarítmicos o potenciales. Esto se evidencia sobre la figura 3, donde en algunos casos es obvio que la velocidad media va en dirección contraria a la que tiene el esfuerzo transverso sobre el lecho.

RECOMENDACIONES

a) Para una geometría débilmente meandrosa de un submeandro, cuyo lecho tiene inicialmente pendiente transversa nula, se sugiere calcular las evoluciones temporales de la granulometría y altimetría de la superficie del lecho, para caudal constante, mediante integración numérica respecto al tiempo, junto con un cálculo de la evolución temporal altimétrica y granulométrica del lecho del subcauce para una granulometría representada por el D50 y también, con la granulometría completa, siguiendo el modelo de Sarmiento (2005, 2006a, 2006b), para granulometrías variables.

b) Estudiar las variaciones temporales del lecho al considerar variaciones temporales del caudal de la corriente de densidad.

LISTA DE SÍMBOLOS

α : ángulo de inclinación del lecho respecto a la vertical.

δ : desfase de la pendiente transversa de la superficie de la corriente de densidad δ_ϵ : desfase de la profundidad de la corriente de densidad respecto a $s=0$.

δ_ϵ : desfase de la profundidad del flujo de la corriente de densidad respecto a $s=0$.

δ_τ : desfase del esfuerzo cortante sobre el lecho respecto a $s=0$.

δ_u : desfase de la componente de velocidad media transversa respecto a $s=0$.

δ_v : desfasaje de la variación transversa de la velocidad media tangencial respecto a $s=0$.

$\Delta\gamma$: exceso de peso específico de la corriente de densidad respecto al fluido suprayacente.

ΔL : incremento diferencial de longitud medida sobre, y paralela al lecho.

γ, γ_M : peso específico del fluido suprayacente a la corriente de densidad.

ε : perturbación de la profundidad en el cauce meandroso.

ε_m : coeficiente de viscosidad de remolino.

ε_o : componente constante de ε .

η : altura adimensional perpendicular al lecho que varía desde cero a uno en la superficie de la corriente de densidad.

λ : longitud de onda del meandro a lo largo de su eje central.

ϕ : ángulo local entre el eje central del meandro y la dirección longitudinal.

τ_A : amplitud del esfuerzo cortante transverso oscilatorio sobre el lecho.

τ_{orc} : esfuerzo cortante transverso sobre el centro del lecho, variable en función de s .

$\tau_{\sigma}(\eta)$: esfuerzo cortante transverso sobre planos con $z = \text{constante}$ en función de s .

$\tau_{0\theta}$: esfuerzo cortante sobre el lecho en la dirección tangencial.

$\tau_m(\tau_o)$: esfuerzo cortante medio sobre la margen(el lecho) en cauce inicialmente recto.

$\mu(\eta, s)$: parte rotacional de la componente de velocidad transversa.

v : perturbación de la componente media tangencial de velocidad.

v_o : componente fija de v .

ω : desviación angular máxima (radianes) del eje central longitudinal del cauce meandroso respecto a la dirección longitudinal. Máximo valor de ϕ .

A: amplitud en planta de la curva seno generada respecto a la dirección longitudinal.

b: ancho del cauce central inicial, y meandroso.

d (d_c): profundidad local (central) del flujo en cauce recto (meandroso).

d_{MAR} : profundidad local del mar suprayacente hasta la superficie de la corriente de densidad.

$D = D_{50}$: diámetro granulométrico.

f : factor de fricción de Darcy-Weisbach para el lecho del cauce.

g : aceleración de gravedad.

h : elevación del lecho

H : elevación de la superficie de la corriente de densidad.

h_f : pérdida de energía por unidad de peso del fluido de la corriente de densidad al recorrer una distancia ΔL .

H'_c : pendiente transversa oscilatoria de la superficie de la corriente de densidad.

H'_A : amplitud de la pendiente transversa oscilatoria de la superficie de la corriente de densidad.

$k = r - r_c$.

$k_o = b/2$.

L_o : longitud de onda del meandro sobre la dirección longitudinal.

$n = 1/\sqrt{f}$ = coeficiente de Nunner.

n_b (n_m): coeficiente de Manning del lecho (de la margen).

p : coeficiente potencial en la fórmula de arrastre de carga de fondo.

p_m : perímetro resistente de la margen para cauce recto o de la margen exterior exterior en curva.

p_0 : pendiente transversa en uno vertical de las márgenes del cauce.

q (Q): caudal unitario (total).

q_s (q_{sc}): arrastre sólido unitario, local, tangencial (central) de la carga de fondo.

q_r (q_{rc}): arrastre sólido unitario, local, transverso (central) de la carga de fondo.

R_m (r_b): radio hidráulico de la margen(del lecho).

r_c : radio de curvatura variable del eje central curvilíneo del cauce meandroso.

$r_{\min} = \frac{\lambda}{2\pi\omega}$: magnitud mínima de r_c .

s : coordenada tangencial a lo largo del eje del cauce meandroso.

$S_o = \tan \alpha$: pendiente longitudinal geométrica del lecho en cauce recto.

$S_m = S_o (L_o / \lambda)$: pendiente tangencial central del lecho meandroso.

S_e = pendiente de energía del flujo; se obtiene multiplicando S_o o S_m por $\frac{\Delta\lambda}{\gamma + \Delta\gamma}$ según sea el caso.

\bar{u} : componente media transversa de la velocidad transversa.

u_A : amplitud de la componente media transversa de velocidad.

$u_c(\eta, s, r)$: componente local tridimensional de la velocidad transversa.

$v_c(\eta, s, r)$: componente local tridimensional de la velocidad tangencial.

V : componente de velocidad media longitudinal en el cauce recto.

V_c : componente de velocidad media tangencial en el cauce curvo.

V_{cr} : velocidad crítica para el inicio del sedimento de tamaño D_{50} .

z_1, z_2 : cotas de fondo de la corriente correspondiente a una distancia incremental ΔL .

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Falcón, M. (1979) "Análisis of Flow in Alluvial Channel Bends", Ph.D thesis, Department of Mechanics and Hydraulics, The University of Iowa, May.

Falcón, M. & Kennedy, J.F. (1983) "Flow in Alluvial-River Curves", Journal of Fluid Mechanics, 133, pp 1-16.

Falcón, M. (1997) "Estudio Teórico-Experimental de Flujo Permanente con Arrastre de Fondo en Meandros Fluviales Incipientes", Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, Caracas, Venezuela.

Hinze, J.O. (1959) "Turbulence, An Introduction to its Mechanism and Theory", McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering.

Imran, J., Parker, G. and Pirmez, C. et al (1999) "A Nonlinear Model of Flow in Meandering Submarine and Subaerial Channels", Journal of Fluid Mechanics, 400, pp 295-331.

Jaeger, C. (1961) "Engineering Fluid Mechanics", Blackie & Son Limited, London, Glasgow.

Jirka, G., and Sargent, F. (1987). "Experiments on saline wedge". *Journal of Hydraulics*, Nov., pp 1307-1325.

Kitanidis, P. & Kennedy, J.F. (1984) "Secondary Current and River-Meander Formation", *Journal of Fluid Mechanics*, 144, pp 217-229.

Marrero, E. & Falcón, M. (2006) "Radio de curvatura de meandros a partir del esfuerzo cortante crítico sobre las márgenes", XXII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Ciudad Guayana, Venezuela.

Sarmiento, O. & Falcón, M. (2005) "Fractionally-integrated sediment-transport rate over a non-uniform sediment bed", 4th Conference on Rivers, Coastal and Morphodynamics, Illinois, Urbana USA. Taylor & Francis Group, London, Balkema, Vol. 2.

Sarmiento, O. (2006a) "Modelo Determinístico-Probabilístico de transporte de sedimentos en lechos fluviales", Tesis Doctoral, Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Sarmiento, O. & Falcón, M. (2006b) "Aplicación de un modelo probabilístico para predecir acorazamiento", XXII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Ciudad Guayana, Edo. Bolívar, Venezuela.

Vanoni, V. (editor) (1975) "Sedimentation Engineering", ASCE Manual No. 54.