

# MODELO DE ONDA DIFUSIVA PARA PROCESOS EROSIVOS A LARGO PLAZO. CASO DE ESTUDIO: RIO CUARTO, CORDOBA.

Corral M.<sup>1</sup>, Baldissone M.<sup>1</sup>, García C.<sup>1</sup>, Díaz A.<sup>1,2</sup>, Farías H.<sup>3</sup>, Rodríguez A.<sup>1</sup> y López F.<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Laboratorio de Hidráulica, FCEfyN, UNC. Av. Veléz Sarsfield

<sup>2</sup>Dirección Provincial de Aguas y Saneamiento (DIPAS)

<sup>3</sup>Universidad Nacional de Santiago del Estero. Argentina

E-mail: mcorral@com.uncor.edu

## RESUMEN

En las últimas décadas se ha observado un continuo descenso generalizado en el cauce natural del Río Cuarto de Córdoba, Argentina, sometido a actividades de explotación como la extracción de áridos.

Las actividades de extracción de áridos provocan un claro desequilibrio en el lecho del río debido a un desbalance sedimentológico, lo cual acelera los procesos de erosión que se manifiestan en el cauce del río con cambios de pendiente, erosión local y general, etc. Estos procesos erosivos comprometen la estabilidad de diversas estructuras emplazadas en el mencionado río, lo cual se traduce en millonarias inversiones en infraestructura.

En este trabajo se utiliza un modelo analítico simplificado para estudiar la problemática de extracción de áridos en escalas de tiempo y longitudes grandes. El modelo analítico consiste de un modelo difusivo para evaluar la evolución temporal y espacial de una perturbación en un fondo móvil generado por un flujo a superficie libre cuasi estacionario y cuasi uniforme. El modelo difusivo es resuelto con un esquema de diferencias finitas.

Una relación analítica para el coeficiente de difusión  $K$  es derivada y luego su valor es estimado usando el modelo de Engelund-Hansen para representar la descarga de sedimento. El valor de  $K$  es estimado para el Río Cuarto teniendo en cuenta diferentes condiciones de hidráulicas.

El contraste de resultados obtenidos a partir del uso del modelo analítico con datos observados en el Río Cuarto indica que el modelo analítico difusivo representa correctamente procesos erosivos de largo plazo para el caso de fondo móvil con extracciones laterales para el caso de actividades de explotaciones de áridos puntuales y continuas en el tiempo.

## ABSTRACT

A continuous generalized degradation process of the natural bed level of the Cuarto River (Córdoba, Argentina) has been observed during the last decades. Sand mining activities are common in the cited river.

The sand mining activities modify the sediment balance in the river affecting the river slope and generating local and general degradation process which compromise the stability of the bridges, and hydraulics structures located in the river.

A simplified analytical model is presented here to study the sand mining effects for large time and space scales.

The model consists of a diffusion equation model describing the time and spatial evolution of a perturbation in a movable bed due to a quasi-uniform and quasi-steady open-channel flow. This analytical model has been solved using finite differences scheme. An analytical equation for the diffusion coefficient  $K$  is obtained. Then, an estimation of  $K$  is performed using the Engelund-Hansen model to represent the sediment discharge. The typical  $K$  value has been estimated for the Cuarto River for different flow conditions.

The contrast between the results obtained using the analytical model and the field data observed in the Cuarto River shows that the analytical model represents well (in a long period) the erosion process generated by local mining activities which are continuous in time.

## INTRODUCCION

Durante las últimas décadas se ha observado un continuo descenso generalizado del cauce natural del Río Cuarto de la Provincia de Córdoba, sometido a actividades de explotación como la extracción de áridos. Como consecuencia, se presentan erosiones locales y generales que ponen en riesgo la estabilidad de diversas estructuras emplazadas en los mismos. Las obras civiles que se emplazan en el cauce han visto comprometidas su estabilidad, como por ejemplo la erosión de pilas que se manifiesta en prácticamente todos los puentes de la ciudad de Río Cuarto (Figura 1) como así también en obras privadas como el destape actual del poliducto REPSOL-YPF. Como ejemplo de esto, en una serie de perfiles transversales sobre la sección de uno de los puentes se puede apreciar un descenso de aproximadamente 5 metros.

Las actividades de extracción provocan un claro desequilibrio en el escurrimiento, modificando su resistencia y acelerando procesos de erosión que se manifiestan en el cauce con cambios de pendiente, erosiones localizadas, etc.



**Figura 1.-** Descalce de pilas del Puente Carretero por descenso del cauce del Río Cuarto.

Esto ha motivado el desarrollo de un algoritmo que permita plantear diferentes alternativas en el estudio de este fenómeno, el cual sea fácilmente adaptable a las necesidades del caso como es la inclusión de las extracciones sobre el cauce.

Para la representación del fenómeno, se propone a continuación un modelo analítico simplificado para estudiar esta problemática con intervalos de tiempo largos y de grandes longitudes.

Luego se presenta el modelo numérico desarrollado para resolver el modelo analítico y finalmente se presentan los resultados obtenidos de aplicar estos modelos.

## MODELO ANALITICO

La propagación, debido a un flujo a superficie libre, de una perturbación en un fondo móvil puede ser investigada usando las ecuaciones de Saint - Venant - Exner:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -gSe \quad (2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_s}{\partial x} = \pm q_e \quad (3)$$

Estas ecuaciones describen la evolución temporal y espacial de las variables que cuantifican la velocidad y profundidad media del flujo y la posición vertical del lecho. Las variables  $U(x,t)$ , y  $h(x,t)$  son, respectivamente, la velocidad y profundidad promedios de flujo de la fase líquida compuesta por la mezcla agua – sedimento (si las concentraciones de sedimento son pequeñas). La variable  $z(x,t)$  representa la elevación del fondo del canal. En la ecuación (3), el término  $q_e$  representa el caudal sólido entrante o saliente al tramo, por lo que de ésta manera pueden ser representadas las extracciones en el lecho. El parámetro  $\lambda$  en la ecuación (3) es la porosidad de los sedimentos en el fondo, siendo definida como la relación del volumen de espacio de vacíos (ocupado por agua y el volumen total). Las variables  $Se$  (pendiente de la línea de energía) y  $q_s$  (caudal sólido por unidad de ancho) se determinan usando relaciones semi empíricas:

$$Se = f(C_f, U, h) \quad (4)$$

$$q_s = f(U, h, sed) \quad (5)$$

Donde “*sed*” sintetiza las características del sedimento presente en el fondo. La relación (4) se determina para condiciones de flujo uniforme usando el concepto de coeficiente de fricción  $C_f$ . Las fases líquidas y sólidas están acopladas por las relaciones (4) y (5).

## FLUJOS CUASI ESTACIONARIOS Y CUASI UNIFORMES

Se puede asumir razonablemente que para flujos a superficie libre con números de Froude pequeños ( $Fr=U/(gh)^{0.5} < 0.6$ ), las celeridades de la onda en la superficie serán mucho más grandes que la celeridades de las ondulaciones en el fondo. Es por ello que es posible considerar el flujo de la fase líquida como cuasi estacionario cuando se analiza la evolución de las perturbaciones.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

Usando las hipótesis incluidas en la ecuación (6) en la ecuación (1):

$$h \frac{\partial U}{\partial x} = -U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{h}{U} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (9)$$

Usando esta relación y las ecuaciones (6) y (7) la ecuación (2) toma la forma:

$$\frac{\partial U}{\partial x} \left( U - g \frac{h}{U} \right) + g \frac{\partial z}{\partial x} = -gSe \quad (10)$$

A su vez, la ecuación (3) puede ser expresada como:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} = \pm q_e \quad (11)$$

Las ecuaciones (10) y (11) derivadas bajo la suposición de flujo cuasi estacionario son no lineales. Si además se asume que el flujo a superficie libre es cuasi uniforme, la ecuación (10) puede ser expresada como:

$$g \frac{\partial z}{\partial x} \approx -gSe \quad (12)$$

Una relación válida para la pendiente de la línea de energía ( $Se$ ) puede ser estimada para flujo uniforme usando la ecuación de Chezy:

$$U = C_c (h Se)^{0.5} \quad (13)$$

$$Se = \frac{U^2}{C_c^2 h} \quad (14)$$

Donde  $C_c$  es el coeficiente de Chezy y  $h = q_w/U$  ( $q_w$  es el caudal unitario de la fase líquida por unidad de ancho). Sustituyendo la ecuación (14) en (12):

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -Se = -\frac{U^3}{C_c^2 q_w} \quad (15)$$

Derivando ecuación (15) con respecto a  $x$ :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{3U^2}{C_c^2 q_w} \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (16)$$

$$\left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) = \frac{1}{3} \frac{C_c^2 q_w}{U^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (17)$$

Sustituyendo (17) en (11)

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{3(1-\lambda)} \frac{C_c^2 q_w}{U^2} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \pm q_e \quad (18)$$

Así se obtiene el modelo difusivo para evaluar la evolución temporal y espacial de una perturbación en un fondo móvil generado por un flujo a superficie libre cuasi estacionario y cuasi uniforme.

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \pm q_e \quad (19)$$

Donde K es el coeficiente de difusión dado por:

$$K = \frac{1}{3(1-\lambda)} \frac{C_c^2 q_w}{U^2} \frac{\partial q_s}{\partial U} \quad (20)$$

El modelo representado por las ecuaciones (19) y (20) es parabólico y su aplicación está limitada a valores grandes de  $x$  y  $t$  debido a las hipótesis asumidas durante su derivación. ( $x > 3h/Se$ ).

### **ESTIMACIÓN DE K USANDO EL MODELO DE ENGELUND-HANSEN PARA REPRESENTAR LA DESCARGA DE SEDIMENTO.**

El modelo adimensional de Engelund – Hansen para estimar valores de descarga de sedimento es presentado a continuación:

$$C_f q_s^* = 0.05(\tau^*)^{5/2} \quad (21)$$

donde

$$q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{R g D_{50}} D_{50}} \quad (22)$$

$$\tau^* = \frac{h Se}{R D_{50}} \quad (23)$$

$C_f$  es el coeficiente de fricción. La relación entre este coeficiente y el coeficiente de Chezy puede ser obtenida a partir de la ecuación (13):

$$U = C_c (h Se)^{0.5} \quad (13)$$

$$\frac{U^2}{C_c^2} = h Se \quad (24)$$

El esfuerzo de corte en el fondo, asumiendo condiciones de flujo uniforme, se puede estimar como:

$$\frac{\tau_b}{\rho} = g h Se = u^{*2} \quad (25)$$

Donde  $u^*$  es la velocidad de corte. El coeficiente de fricción se define como:

$$\frac{1}{C_f} = \frac{U^2}{u^{*2}} \quad (26)$$

En (25)

$$\frac{u^{*2}}{g} = \frac{U^2 C_f}{g} = h Se \quad (27)$$

En (24)

$$\frac{U^2 C_f}{g} = \frac{U^2}{C_c^2} \quad (28)$$

Así la relación entre los coeficientes toma siguiente forma:

$$C_c^2 = \frac{g}{C_f} \quad (29)$$

Sustituyendo (22), (23) y (29) en (21)

$$\frac{g}{C_c^2} \frac{q_s}{\sqrt{R} g D_{50} D_{50}} = 0.05 \left( \frac{h Se}{R D_{50}} \right)^{5/2} \quad (30)$$

$$q_s = \frac{0.05 C_c^2}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} (h Se)^{5/2} \quad (31)$$

El coeficiente de Chezy es sustituido usando la relación (13)

$$C_c^2 = \frac{U^2}{H Se} \quad (32)$$

Ecuación (31) toma la forma de

$$q_s = \frac{0.05}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} \frac{U^2}{h Se} (h Se)^{5/2} = \frac{0.05 U^2}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} (h Se)^{3/2} \quad (33)$$

Sustituyendo  $h = q_w/U$  en (33)

$$q_s = \frac{0.05 U^2}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} \left( \frac{q_w}{U} \right)^{3/2} Se^{3/2} = \frac{0.05 q_w^{3/2} Se^{3/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} U^{1/2} \quad (34)$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial U} = \frac{1}{2} \frac{0.05 q_w^{3/2} Se^{3/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} U^{-1/2} \quad (35)$$

Sustituyendo (35) en (20)

$$K = \frac{1}{3(1-\lambda)} \frac{C_c^2 q_w}{U^2} \frac{1}{2} \frac{0.05 q_w^{3/2} Se^{3/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} U^{-1/2} \quad (36)$$

Sustituyendo (32) en (36)

$$K = \frac{1}{6(1-\lambda)} \frac{U^2}{h Se} \frac{0.05 q_w^{5/2} Se^{3/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50}} \frac{1}{U^{5/2}} \quad (37)$$

$$K = \frac{1}{6(1-\lambda)} \frac{0.05 q_w^{5/2} Se^{1/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50} h} \frac{1}{U^{1/2}} \quad (38)$$

Sustituyendo  $U = q_w/h$ ,

$$K = \frac{1}{6(1-\lambda)} \frac{0.05 q_w^{5/2} Se^{1/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50} h} \frac{1}{(q_w/h)^{1/2}} \quad (39)$$

$$K = \frac{1}{6(1-\lambda)} \frac{0.05 q_w^2 Se^{1/2}}{\sqrt{g} R^2 D_{50} h^{1/2}} \quad (40)$$

Para  $\lambda = 0.4$ , y  $R = 1.65$

$$K = 0.005102 \frac{q_w^2 Se^{1/2}}{\sqrt{g} D_{50} h^{1/2}} \quad (41)$$

## APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

A partir de las ecuaciones de Saint-Venant-Exner y teniendo en cuenta las hipótesis antes enunciadas, las ecuaciones resultan en:

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \pm q_e$$

En este punto se desarrollará el modelo de diferencias finitas con el cual fue resuelta la ecuación del modelo difusivo para evaluar la evolución temporal y espacial de una perturbación en un fondo móvil asociada a una disminución de caudal sólido.

El tramo se discretiza en una serie de nodos  $i$  ( $i=1\dots n$ ), separando así tramos de longitud  $\Delta x$ . El paso de tiempo para la resolución es  $\Delta t$ . Los valores numéricos de estos parámetros se darán más adelante. Una expresión de la ecuación de difusión en diferencias finitas es:

$$\frac{z_i^{t+1} - z_i^t}{\Delta t} - K \left( \frac{z_{i-1}^t - 2z_i^t + z_{i+1}^t}{\Delta x^2} \right) = \pm q_e$$

poniendo el termino de interés en un miembro

$$z_i^{t+1} = z_i^t - K \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (z_{i-1}^t - 2z_i^t + z_{i+1}^t) \pm q_e$$

Para los nodos centrales ( $i=2\dots n-1$ ) y llamando  $A = K \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ , la ecuación anterior toma la forma:

- para ( $i=2\dots n-1$ ):

$$\boxed{z_i^{t+1} = Az_{i-1}^t + (1-2A)z_i^t + Az_{i+1}^t \pm q_e}$$

- para ( $i=1$ ):

$$z_1^{t+1} = Az_0^t + (1-2A)z_1^t + Az_2^t \pm q_e$$

con

$$z_0 = z_2 + \frac{2q_1 \Delta x}{K} \quad \Rightarrow \quad q_1 = cte = -K \frac{\partial z}{\partial x} = -K \left( \frac{z_2 - z_0}{2\Delta x} \right)$$

por último queda

$$\boxed{z_1^{t+1} = (1-2A)z_1^t + 2Az_2^t + \frac{2q_1 \Delta t}{\Delta x} \pm q_e} \quad \bullet \text{ para } (i=n):$$



$$z_n^{t+1} = Az_{n-1}^t + (1-2A)z_n^t + Az_{n+1}^t \pm q_e$$

con

$$z_{n+1} = z_{n-1} - \frac{2q_n \Delta x}{K} \quad \Rightarrow \quad q_n = cte = -K \frac{\partial z}{\partial x} = -K \left( \frac{z_{n+1} - z_{n-1}}{2\Delta x} \right)$$

por último queda

$$\boxed{z_n^{t+1} = (1-2A)z_n^t + 2Az_{n-1}^t - \frac{2q_n \Delta t}{\Delta x} \pm q_e}$$

siendo  $q_1$  y  $q_n$ , los caudales sólidos entrantes y salientes al tramo.

El sistema de ecuaciones anterior, queda en su forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} -\frac{2q_1 \Delta x}{K} \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ -\frac{2q_n \Delta x}{K} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1-2A) & 2A & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ A & (1-2A) & 2A & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & A & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & A & (1-2A) & 2A \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 2A & (1-2A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix}^t + \begin{bmatrix} q_e \\ q_e \\ q_e \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix}^{t+1}$$

De esta manera se obtiene un modelo de diferencias finitas para la resolución del problema.

Las condiciones de borde en este caso y como se mostró en el desarrollo anterior se hace necesario conocer los caudales sólidos entrantes y salientes, esto se expresa a través de condiciones de Newman:

$$q_1 = K \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_1 = cte_1 \quad ; \quad q_n = K \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_n = cte_2$$

En estos modelos del tipo explícitos es necesaria una condición de estabilidad para lograr la convergencia. Se plantea la siguiente condición de acuerdo a la bibliografía:

$$\Delta t \leq 0.5 \frac{\Delta x^2}{K}$$

## DATOS DE CAMPO

### PERFIL LONGITUDINAL

La escala de longitudes que se puede desarrollar con este modelo puede ser del orden del kilómetro lo que, por un lado, es suficiente y necesario para el planteo de un modelo de erosión generalizada, pero además plantea la necesidad de conocer una gran extensión de la topografía del cauce. En la Figura 1 se muestra un perfil longitudinal aproximado del Río Cuarto, desde sus nacientes abarcando una longitud de 275km.

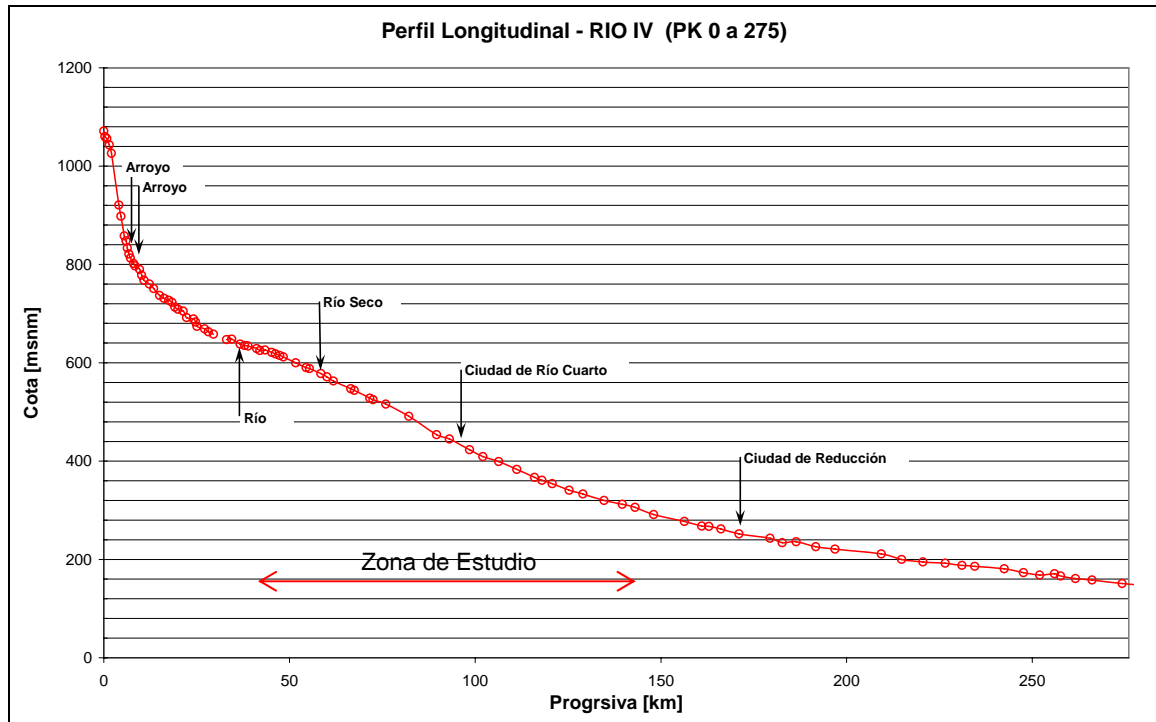


Figura 2.- Perfil longitudinal del Río Cuarto

El tramo en estudio comprende un área de 100km centrada sobre la Ciudad de Río Cuarto, la cual se puede caracterizar por una pendiente media del orden de 4 por mil.

### PARÁMETRO K

A partir de los datos registrados de caudal y demás parámetros hidráulicos de las secciones en condiciones de crecida y estiaje medidas en el Río Cuarto (Corral, et al.2006), se puede estimar el valor de la constante de difusión  $K$ , usando como expresión de transporte potencial la ecuación de Engelund-Hansen, como anteriormente se detalló.

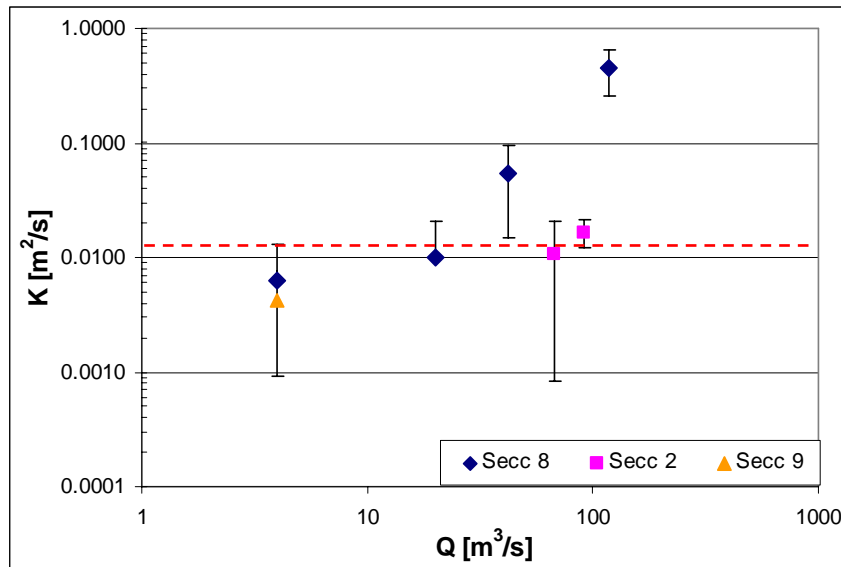


Figura 3.- Valores de  $K$  usando Engelund-Hansen

Se observa del gráfico que un valor de  $K$  que varíe de 0.05 a 0.6 podría justificarse su empleo ya que cae dentro del intervalo de variabilidad de los parámetros. Además cabe aclarar que en las secciones 8 y 2 los parámetros hidráulicos son diferentes para un mismo caudal, dada la diferencia en el ancho de su cauce, siendo éstas dos, extremas en este sentido, por lo que las todas las demás secciones estarán dentro de éstas dos, extendiendo su validez a toda la zona.

Otra manera de obtener el coeficiente de difusión  $K$ , es a partir de la ecuación (20) reconstituyendo una curva  $q_s=f(U)$  de los datos medidos en campo.

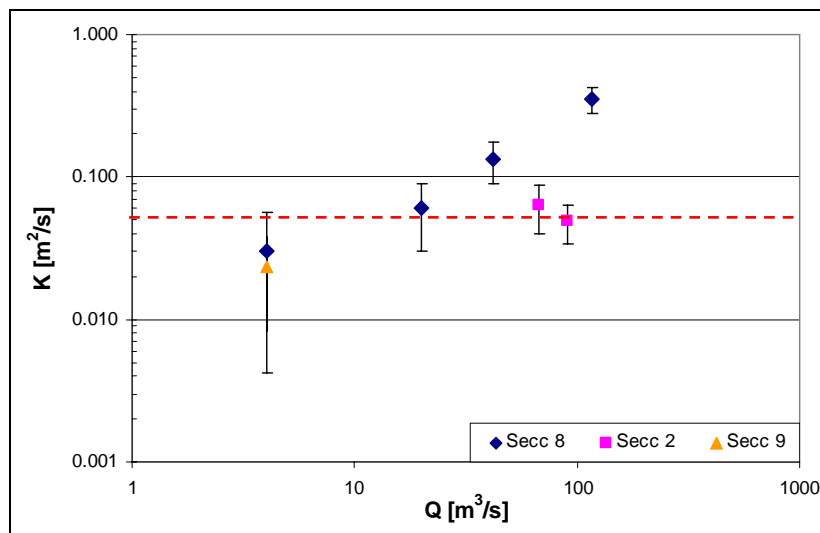


Figura 4.- Valores de  $K$  reconstituyendo  $q_s=f(U)$  a partir de datos

De las condiciones de borde enunciadas y conociendo el caudal sólido en estiaje y crecida en el Río Cuarto, se puede obtener un valor de  $K$ . Recordando que estos valores alcanzan aproximadamente  $60m^3/día$  en condición de estiaje ( $Q_i=4m^3/s$ ) y  $Q_s=16000m^3/día$  para un caudal líquido  $Q_l=100m^3/s$ .

Considerando un ancho medio del río para estiaje  $B=100m$  y para crecida de  $B=150m$ .

$$q_{estiaje} = K \frac{\partial z}{\partial x} \Rightarrow K = \frac{50m^3/día}{86400s/día * 100m * 0.004} = 0.002m^2/s$$

$$q_{crecida} = K \frac{\partial z}{\partial x} \Rightarrow K = \frac{16000m^3/día}{86400s/día * 150m * 0.004} = 0.309m^2/s$$

Resumiendo los criterios antes enunciados, se presenta un gráfico donde se muestra  $K$  vs.  $Q$  sin discriminar por sección.

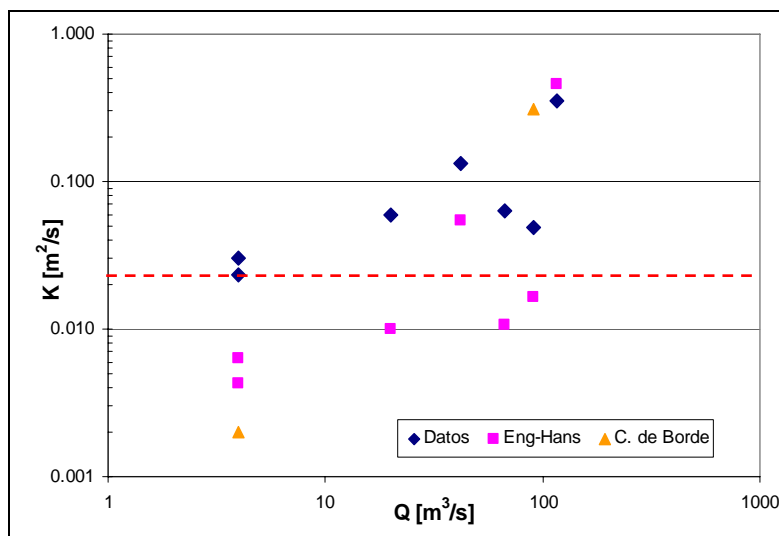


Figura 5: Valores de  $K$  obtenidos

## DESCENSOS REGISTRADOS

Mediante la recopilación de información de diversas fuentes se pudo determinar los descensos históricos registrados en puntos destacados en los últimos cuarenta años anteriores al año 2000. En la siguiente tabla se muestran los valores.

Tabla 1.- Descenso medio en 40 años.

Tres Acequias	-2.00
Poliducto	-4.60
Pte. Malvinas	-4.60
Pte. Carretero	-2.00
Pte. Ferroviario	-2.20
Pte. Antártida	- 1.80

## EXTRACCIONES MEDIDAS

En el modelo se incluyó la extracción de sedimentos en un tramo de 9 Km comenzando a partir de 1000 m del Puente Malvinas y hacia aguas arriba. El volumen mensual de extracción ha sido medido por UNC (2007) y alcanza  $28600 \text{ m}^3$ . Este volumen se distribuyó en 6 nodos de acuerdo a la posición real de las canteras. En la siguiente figura se muestra la disposición y los porcentajes sobre el total extraído que le corresponde a cada nodo.

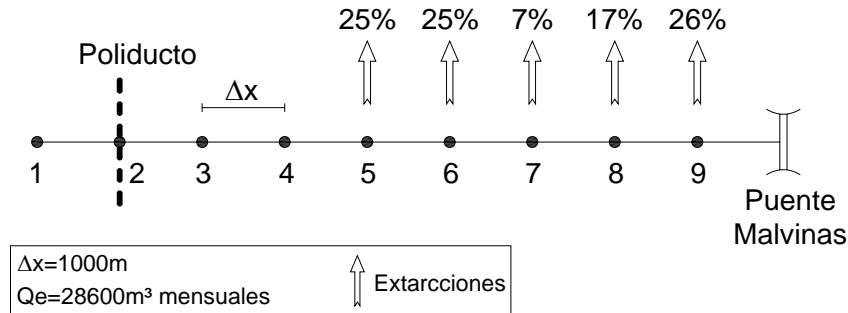


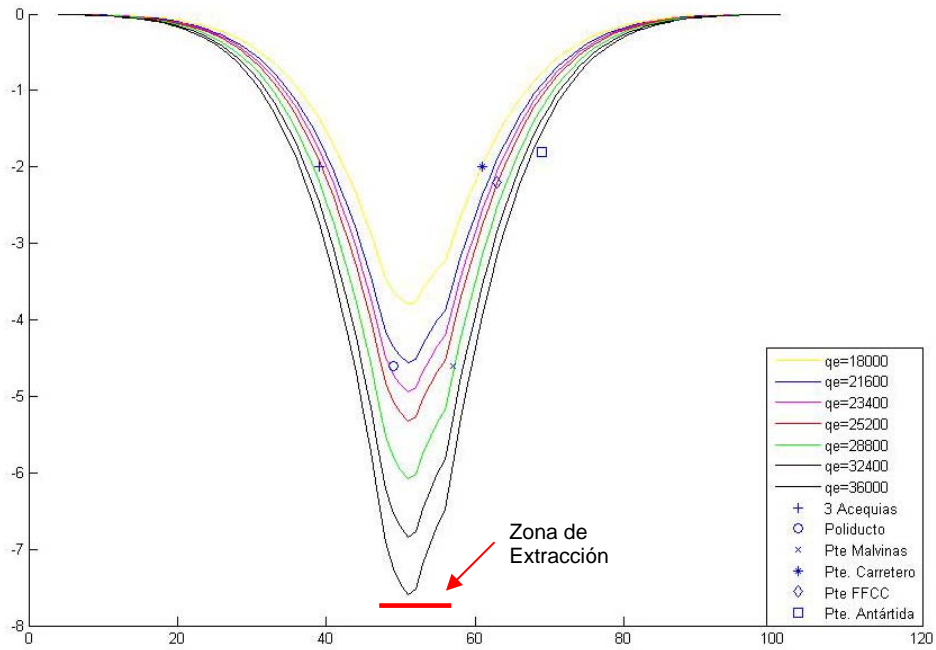
Figura 5: Esquema de la ubicación y magnitud relativa entre areneras.

Según la condición en el planteo analítico ( $\Delta x > 3h/Se$ ), para tirantes medios máximos de  $h = 1.00m$ , según las condiciones medidas en el Río Cuarto y con una pendiente de  $Se = 0.004$ , se obtiene  $\Delta x > 3 \cdot 1.00 / 0.004 = 750m$ , justificando así el valor de  $\Delta x = 1000m$  elegido.

## ESTIMANDO VALORES DEL COEFICIENTE DE DIFUSIÓN REPRESENTATIVOS PARA EL RÍO IV

Para la calibración del modelo se tomaron como variables el coeficiente  $K$  y el volumen mensual de extracción. Este último, determinado anteriormente posee una variación propia por su determinación, es por eso que se lo tomo como variable, pero tratando de respetar este valor.

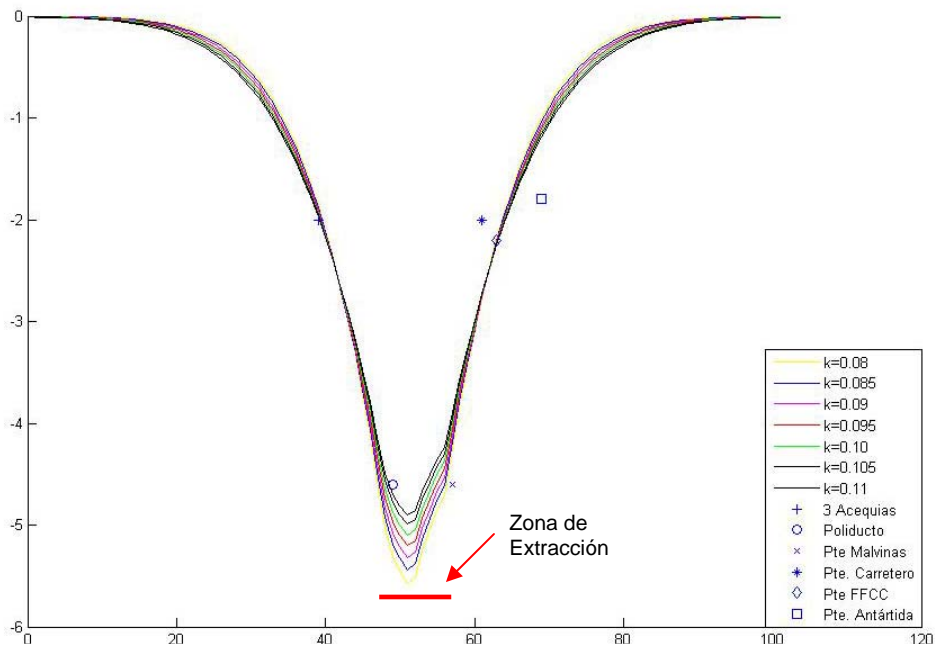
Como primer punto y de acuerdo a los valores obtenidos anteriormente se propone comenzar la aproximación con  $K=0.9m^2/s$  y un volumen de extracción variable entre:  $18000$  y  $36000m^3$ , centrándose en  $28600m^3$ , obteniéndose un gráfico como se muestra a continuación, donde se plotea el descenso neto a lo largo del río.



**Figura 6:** Descensos vs Progresivas. Corrida de calibración para  $q_e=Variable$  y  $K=Cte$ .

De esto se desprende que el caudal que mejor se acerca a los descensos registrados en los puntos de control es el de  $25200\text{m}^3$ , correspondiente a la línea roja, correspondiéndose con lo medido en campo.

A partir de este valor se pretende aproximar aún más el valor del coeficiente de difusión debido a la sensibilidad que se tiene con diversos valores del mismo. Se observa en la siguiente figura que una variación del descenso de  $0.5\text{m}$  se da entre  $K=0.08$  y  $K=1.1\text{m}^2/\text{s}$ .

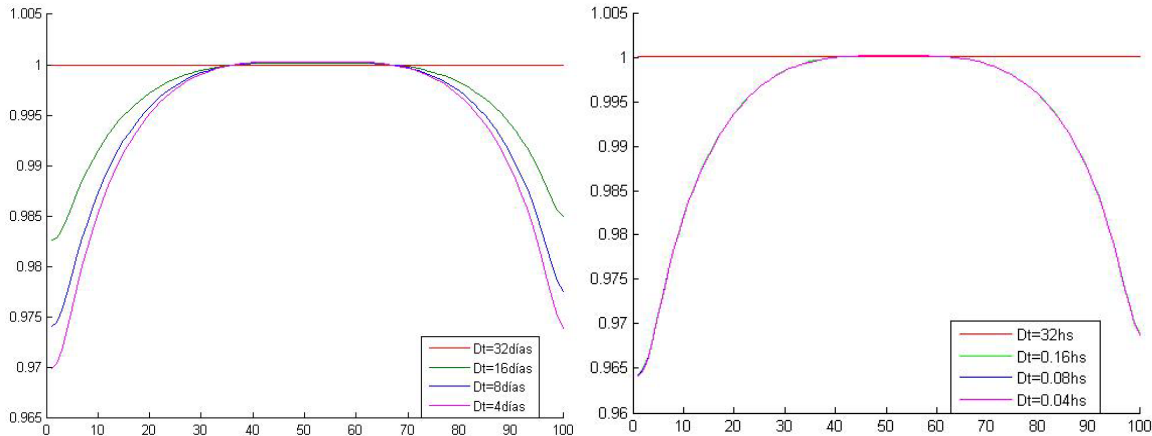


**Figura 7:** Descensos vs Progresivas. Corrida de calibración para  $q_e=Cte$  y  $K=Variable$

Finalmente se observó que un valor de  $K=0.95\text{m}^2/\text{s}$ , es suficientemente aceptable

## VALIDACIÓN DEL INTERVALO DE TIEMPO

Se plotean las relaciones existentes entre las diferencias entre un estado inicial del lecho y uno final (para cuarenta años) para intervalos de tiempo de  $\Delta t = 16 \text{ días}$ ,  $\Delta t = 8 \text{ días}$  y  $\Delta t = 4 \text{ días}$ , con la diferencia entre estos estados con  $\Delta t = 32 \text{ días}$ , la que obviamente es igual a la unidad. Se elige este  $\Delta t$  de referencia ya que es el máximo intervalo de tiempo posible calcular de acuerdo a las condiciones de convergencia debido al uso de este modelo explícito, de ésta manera, se quiere demostrar que el uso de intervalos de tiempo tendiente a cero (función continua) no influye significativamente en los resultados finales.



Tomando intervalos de tiempo tan chicos como  $0.04 \text{ hs} = 2.4 \text{ min}$ , genera un tiempo de trabajo en gabinete importante, siendo que el tiempo total de simulación son 40 años, y como se ve en el gráfico 2, el margen de error entre las diferencias de un resultado y otro esta cercano del 3%, lo que es suficientemente bajo y justificaría un intervalo de tiempo cercano a 32 días. El ahorro de pasos de iteración de 0.04 hs a 32 días es de 19200 veces.

## CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo analítico particular para el caso de fondo móvil con extracciones laterales, el cual representa correctamente procesos erosivos de largo plazo y la evolución de actividades puntuales y continuas en el tiempo de explotación de áridos.

De la calibración del modelo numérico surge un coeficiente de difusión del orden de  $0,95 \text{ m}^2/\text{s}$ , sin embargo este coeficiente presenta una variación importante en función de la metodología y el caudal. Se ha demostrado que los resultados finales no resultan muy sensibles al valor adoptado

Según las estimaciones realizadas con el modelo numérico, las extracciones laterales que logran el mejor ajuste son de aproximadamente  $25.000 \text{ m}^3/\text{mes}$ , siendo este valor similar a los  $28.600 \text{ m}^3/\text{mes}$  medido por UNC (2007) en el tramo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Corral M., Baldissone M., Díaz A., Farías H., Pagot M., Rodriguez A., Lopez F., González J., Plenkovich G., Bartolomei R., Bazán G. y Muratore H.** (2006): *Influencia de la extracción de áridos en el Río IV, Córdoba*. III Congreso Iberoamericano sobre Control de la Erosión y los Sedimentos, Buenos Aires, Argentina.

**Corral M., Hillman G., Pagot M., Moya G., Baldissone M.1, Rodriguez A., Lopez F.1,2, Hiruela J., Martínez R1, Díaz A., González J., Bazán G. y Muratore H.** (2005): *Influencia de la extracción de áridos en los ríos II y IV de Córdoba*. 2º Simposio Regional Sobre Hidráulica de Ríos, Neuquen, Argentina.

**Chang, H. H.** (1988). *Fluvial Processes in River Engineering*, Ed. J. Wiley & Sons, N.Y., U.S.A.

**García C. M.** (2002). *Numerical approximations to a model of propagation of perturbations on a mobile bed*. University of Illinois at Urbana-Champaign (UIUC).

**U.S. Army Corps of Engineers** (1993): *HEC-6, A numerical sediment's model*. User Manual

**Universidad Nacional de Córdoba, Laboratorio de Hidráulica** (2003): *Informe sobre Modelación Física Tridimensional a Fondo Móvil de los Azudes de la Ciudad Río Cuarto*.

**Universidad Nacional de Córdoba, Laboratorio de Hidráulica** (2006): *Informe de extracción de áridos en el Río Segundo o Xanaes*.

**Universidad Nacional de Córdoba, Laboratorio de Hidráulica** (2007): *Informe sobre el estudio de la influencia de la extracción de áridos en el cauce del Río Chocancharava*.