

## RESISTENCIA AL FLUJO EN UN RÍO DE PENDIENTE FUERTE EN BOLIVIA

**Mauricio Romero y Edwin D. Rojas**

Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Mayor de San Simón (LHUMSS)  
Torres Sofer Casilla 6760, Tel/Fax: +591-4 – 421 7370  
E-mail: mromero@abirh.org - Web: <http://www.lh.umss.edu.bo>

### RESUMEN

La presente investigación cuantifica, por medio de fórmulas empíricas en combinación con mediciones de campo, el coeficiente  $f$  de resistencia al flujo de la ecuación de Darcy-Weisbach durante caudales de estiaje uniformes en el Río Taquiña, un torrente situado en una cadena montañosa que bordea a la Ciudad de Cochabamba (Bolivia). Se llevaron a cabo siete campañas de campo consistentes en mediciones de caudal, relevamientos topográficos y toma de muestras del lecho del cauce en un tramo corto y representativo del río. Se compararon valores observados y medidos de  $f$ . El análisis efectuado reveló que para el tramo en estudio, el rango de caudales medidos y la rugosidad a gran escala del lecho, las fórmulas empíricas de Simons, Li & Asociados (1989) y Aguirre-Pe & Fuentes (1990) presentaron los mejores resultados en la evaluación de  $f$  y la velocidad media de flujo. Si bien es cierto que los resultados alcanzados son promisorios, se necesitan más datos de campo para evaluar en forma más precisa la eficiencia de ambos modelos, dada la complejidad de los procesos de flujo en la zona de estudio.

### ABSTRACT

The research presented herein quantifies using, empirical formulas in combination with field measurements, the flow resistance coefficient  $f$  of the Darcy-Weisbach equation during low-stage and uniform flow in the Taquiña River, a torrent situated in a steep mountain range bordering the City of Cochabamba (Bolivia). Seven field campaigns, consisting of streamflow measurements, topographic surveys and riverbed samplings were carried out in a representative short reach. Calculated and observed values of  $f$  were compared. The analysis revealed that for the given river reach, the measured range of observed streamflows and large bed roughness, the empirical formulas of Simons, Li & Associates (1989) and Aguirre-Pe & Fuentes (1990) gave the best result in the assessment of  $f$  and the mean flow velocity. Although the results are promising it is found given the complexity of the flow process at the study zone that more field data is necessary to assess more precisely the efficiency of both models.

### INTRODUCCIÓN

El estudio de la hidráulica torrencial es uno de los temas más complejos y retadores en la ingeniería hidráulica, donde temas como ser la estabilidad de canales de gran pendiente, el transporte de sedimentos, las crecidas y la resistencia al flujo requieren de más investigación básica y aplicada.

Actualmente se cuenta con un gran número de ecuaciones de resistencia al flujo desarrolladas mayormente para ríos de pendiente baja con lechos de arena. Por otro lado, los estudios de resistencia al flujo para lechos compuestos de grava y peñones o bolones grandes son escasos debido a la complejidad de la interacción agua-contorno.

Una técnica muy común en la evaluación de una rugosidad representativa en un río de pendiente fuerte consiste en la comparación de los valores del coeficiente de rugosidad de Darcy-Weisbach producidos por diversas fórmulas empíricas con los obtenidos por medio de mediciones de campo como se ilustra en Bathurst (1978, 1985), Aguirre-Pe & Fuentes (1990), Simons & Sentürk (1992), Ferro (1999) y Weichter (2006).

## OBJETIVOS

El presente trabajo tiene por objetivo la cuantificación del factor de fricción  $f$  de Darcy-Weisbach por medio de fórmulas empíricas de resistencia al flujo durante la época de estiaje y flujo uniforme en el río Taquiña, un río de alta montaña con pendiente fuerte localizado a 7 Km al norte de la ciudad de Cochabamba, Bolivia. Adicionalmente, en esta investigación se presenta la comparación entre las velocidades medias medidas y estimadas por medio de los modelos empíricos considerados en un tramo representativo del río estudiado.

## MATERIALES Y MÉTODOS

La resistencia al flujo es una expresión usada en la hidráulica de ríos para describir la interacción dinámica entre el agua y el contorno en el cual ésta fluye. La inclusión apropiada de los factores que determinan dicha resistencia en una relación funcional, la cual incluya parámetros hidráulicos fácilmente medibles, además de un coeficiente de fricción, permite la predicción confiable de velocidades de flujo. Dichas relaciones se conocen con el nombre de ecuaciones de resistencia al flujo (Ferro, 1999).

En ríos de baja pendiente con material de lecho relativamente pequeño, los factores que definen en mayor medida la resistencia al flujo son el arrastre de superficie desarrollado por el contorno del curso y el arrastre de forma, vinculado al efecto de las formas de lecho en el canal. Además de estos, existen otros factores que incrementan la resistencia al flujo: las irregularidades en la forma de la sección transversal, que producen pérdidas de energía por contracción o expansión, y la presencia de vegetación u obstrucciones (naturales o hechas por el hombre) en el curso del río.

A medida que la pendiente y el tamaño del material de lecho se van incrementando, el efecto de los factores y procesos mencionados anteriormente son menos dominantes y otros son los que adquieren mayor preponderancia. Así, las formas de lecho correspondientes a ríos con lecho de arena desaparecen. En el caso de ríos con materiales de lecho de tamaño considerable con respecto a la profundidad, como ocurre en ríos de alta montaña, el arrastre de forma alrededor de los elementos individuales y la alteración de la superficie libre llegan a ser más importantes (Simons & Sentürk, 1992).

Bathurst (1978) clasifica los mecanismos de resistencia al flujo sobre la base del concepto de sumergencia relativa  $d/D_m$ , donde  $d$  es la profundidad promedio de flujo y  $D_m$  es el tamaño característico de la partícula.

Simons & Sentürk (1992) mencionan que una rugosidad a escala pequeña sucede para valores altos de  $d/D_m$ , donde la resistencia al flujo es causada debido a la fricción superficial entre el fluido y el lecho; por otro lado, se observan valores bajos de este parámetro para rugosidades a gran escala. En este último caso, los procesos dominantes en la fricción son las fuerzas de arrastre alrededor de las llamadas formas individuales del lecho y la distorsión de la superficie libre de flujo. Adicionalmente, ambos autores mencionan una zona de transición o de rugosidad intermedia, donde todos los procesos mencionados anteriormente contribuyen a la resistencia al flujo.

En general, los rangos de la sumergencia relativa son:  $d/D_{84} > 4.0$  para rugosidades a escala pequeña;  $1.2 < d/D_{84} < 4.0$  para rugosidades a escala intermedia y  $d/D_{84} < 1.2$  para rugosidades a gran escala, donde  $D_{84}$  es el tamaño del grano en el cual el 84% es más fino que el mismo por el método del conteo (Wolman, 1954).

La ecuación de velocidad de Darcy-Weisbach es ampliamente utilizada en estudios similares al presente, donde, para ríos con contornos rígidos tiene la forma de:

$$\frac{V}{\sqrt{gRS_f}} = \sqrt{\frac{8}{f_o}} \quad (1)$$

Se han aplicado inicialmente 14 modelos, donde las fórmulas de Bathurst (1978), Thompson & Campbell (1979), Jarrett (1984), Bathurst (1985), Simons, Li & Asociados (1989) y Aguirre-Pe & Fuentes (1990) presentaron los resultados más consistentes y por consiguiente, se describen en la presente investigación.

El modelo de Bathurst (1978) viene dado por la siguiente expresión:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{V}{\sqrt{gRS_f}} = \left( \frac{R}{0.365D_{84}} \right)^{2.34} \left( \frac{w}{d} \right)^{7(\lambda_1 - 0.08)} \quad (2)$$

Donde se cumple que:

$$\lambda_1 = \frac{\sum^m A_F}{A_l} = 0.139 \log \left( 1.91 \frac{D_{84}}{R} \right) \quad (3)$$

Thompson & Campbell (1979) adaptan el modelo de resistencia de Nikouradse a la siguiente ecuación:

$$f = \left[ \left( 1 - 0.1 \frac{K_s}{R} \right) 2 \log \left( 12 \frac{R}{K_s} \right) \right]^{-2} \quad (4)$$

El modelo de Jarrett (1984) estima el coeficiente de Manning y la velocidad media en el cauce de acuerdo a:

$$n = 0.322 S_f^{0.38} R^{-0.16} \quad (5)$$

$$V = 3.101 R^{0.83} S_f^{0.12} \quad (6)$$

Para el cálculo del coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach, dicho autor propone la siguiente expresión:

$$\left( \frac{f}{8} \right)^{1/2} = \frac{ng^{1/2}}{R^{1/6}} \quad (7)$$

El modelo de Simons, Li & Asociados, presentado por Simons & Sentürk (1992) viene dado por:

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{1/2} = a \left(\frac{d}{D_{84}}\right)^b \sigma^c \quad (8)$$

En el presente estudio, se adoptaron valores de  $a = 2.24$ ,  $b = 0.60$  y  $c = -0.30$  para valores de rugosidad a gran escala donde se cumple que  $1.50 < S_f < 4.0 \%$ .

Aguirre-Pe & Fuentes (1990) proponen una estimación de  $f$  con un error estándar promedio de  $\pm 15\%$  si se usan los datos específicos del río en estudio por medio de:

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = \left(\frac{8}{f}\right)^{1/2} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{d}{\alpha D_m}\right) + B - \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \frac{\beta D_m}{d} = \frac{C_0}{\sqrt{g}} + \frac{1}{k} \frac{\beta D_m}{d} \quad (9)$$

Donde el cálculo de los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  se presenta a detalle en la mencionada referencia.

El trabajo de campo se ha llevado a cabo en un tramo representativo del río Taquiña (ver Fig. 1). Para la correcta aplicación de los modelos, se seleccionó dicho tramo libre de vegetación formas del lecho como ser cascadas y peñones grandes. La longitud estudiada fue de 40 m con una pendiente promedio del 10 %. Durante el trabajo de campo, el transporte de sedimentos de fondo fue inexistente.

Se llevaron a cabo siete campañas de medición de caudales durante la época de estiaje (Febrero a Marzo). La velocidad de flujo fue medida por medio de un velocímetro acústico Doppler (ADV) Nortek AS. Un multímetro Eijelkamp 18.28 fue usado para medir la temperatura del agua y su salinidad, ambas necesarias para procesar los datos colectados por medio del software Collect V.



**Figura 1.-** Vista hacia aguas abajo del tramo de estudio en el río Taquiña

Durante las campañas de medición, se llevaron a cabo siete levantamientos topográficos a detalle de la zona de estudio para la determinación de elevaciones de agua promedio y la pendiente del río. Se seleccionaron además 4 secciones transversales para la obtención de valores promedio del perímetro mojado, áreas transversales de flujo, profundidades, anchos y

velocidades promedio de flujo. Durante el trabajo de campo, se observó que no existieron variaciones en las formas de las secciones transversales y que el flujo es en todos los casos subcrítico. A manera de ilustración, la Tabla 1 presenta los resultados obtenidos.

Tabla 1.- Propiedades hidráulicas promedio en el tramo de estudio del río Taquiña

$Q$ ( $m^3 s^{-1}$ )	$A$ ( $m^2$ )	$V$ ( $ms^{-1}$ )	$d$ (m)	$w$ (m)	$S_f$ (m/m)	$R$ (m)	$P$ (m)	$Fr$
0.657	0.795	0.83	0.18	4.55	0.105	0.17	4.71	0.64
0.574	0.719	0.80	0.16	4.50	0.104	0.16	4.44	0.64
0.395	0.574	0.69	0.14	4.25	0.102	0.13	4.32	0.61
0.368	0.655	0.57	0.16	4.38	0.103	0.14	4.52	0.48
0.251	0.486	0.52	0.11	4.34	0.101	0.12	4.19	0.49
0.120	0.348	0.35	0.09	4.04	0.099	0.09	4.08	0.38
0.103	0.316	0.34	0.08	3.84	0.101	0.08	3.92	0.39

Se extrajeron dos muestras espacialmente distribuidas de acuerdo al método de Wolman (1954). Como resultado, se obtuvieron curvas granulométricas promedio con los siguientes valores:  $D_{84} = 277.0$  mm,  $D_{50} = 55.6$  mm,  $D_{16} = 10.8$  mm y una desviación estándar geométrica  $\sigma = 0.7$ . El parámetro  $d/D_{84}$  varió de 0.29 a 0.65, teniéndose de esta manera rugosidad a gran escala en todos los casos. A manera de ilustración, la Fig. 2 presenta imágenes del trabajo de campo llevado a cabo.



Figura 2.- Aplicación del método de muestreo de Wolman (1954) y medición de caudales con un ADV

## EVALUACIÓN DE RESULTADOS

Las figuras 3 y 4 presentan los resultados obtenidos para los factores de fricción de Darcy-Weisbach calculados y observados, así como para las velocidades respectivamente.

De ambas figuras, se estimó el coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe  $COE_x$  para cada modelo empírico. Adicionalmente, se calcularon los errores estándar de estimación promedio  $SE_x$  como (Bathurst, 1985; Hey, 1979; Jarrett, 1984 y Aguirre-Pe & Fuentes, 1990):

$$SE_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left( \frac{X_{calci} - X_{obsi}}{X_{obsi}} \times 100\% \right)^2}{N}} \quad (10)$$

En general, se observa que los modelos aplicados producen resultados muy satisfactorios en la estimación de los factores de fricción de Darcy-Weisbach y velocidades medias de flujo (ver figuras 3 y 4), con la excepción del modelo de Jarrett (1984), en el cual se produce una sobrestimación de  $f$  muy grande ( $SE_f = 104.16\%$ ) y por consiguiente, el valor de  $CEO_f$  es

negativo. Los modelos de Simons, Li & Asociados (1989) y Aguirre-Pe & Fuentes (1990) presentaron los valores más grandes de  $CEO_f$  y  $CEO_V$  e inversamente, los valores más pequeños de  $SE_f$  y  $SE_V$  (ver Tabla 2), por lo cual son considerados los más precisos en la estimación de valores representativo de  $f$  y  $V$  para el tramo estudiado.

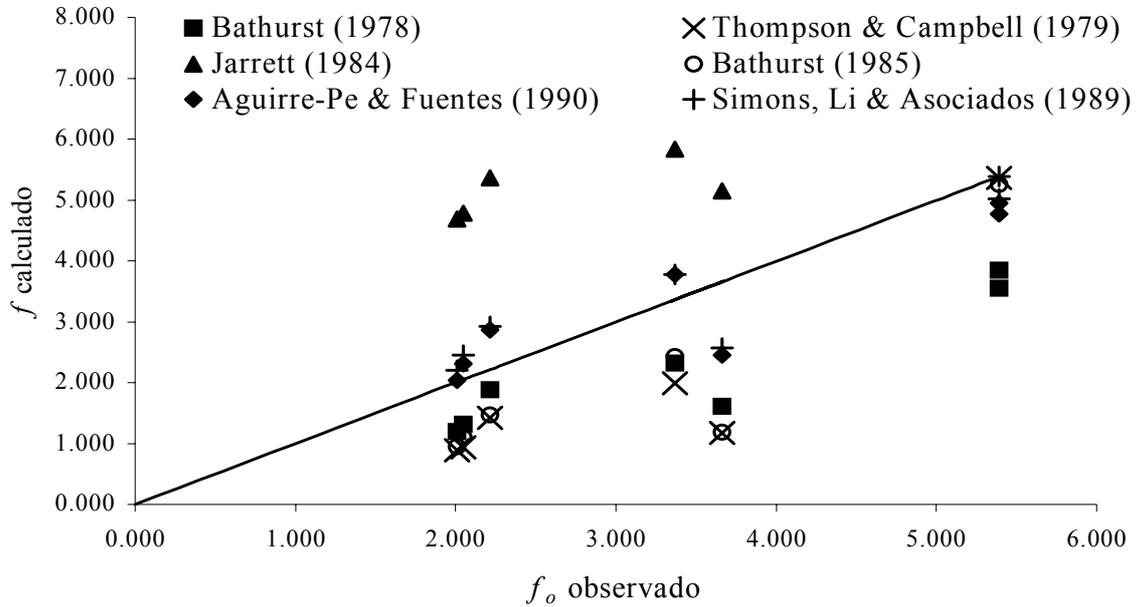


Figura 3.- Factores de fricción de Darcy-Weisbach calculados vs. observados para los modelo empíricos considerados

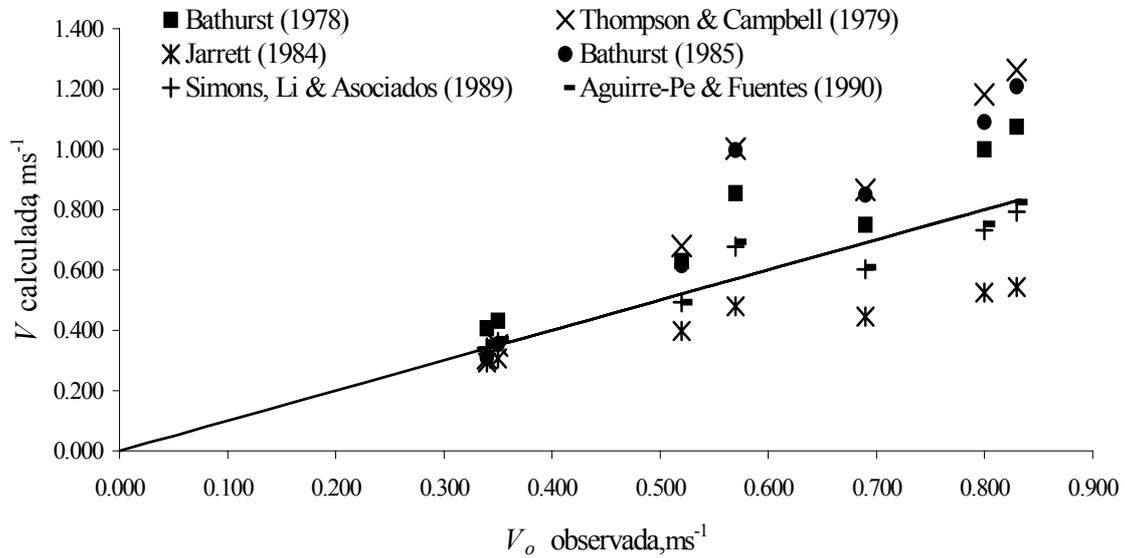


Figura 4.- Velocidades calculadas vs. observadas por medio de los modelos empíricos considerados

Tabla 2.- Valores de  $COE_X$  y  $SE_X$  para el tramo estudiado

Modelo Empírico	$COE_x$		$SE_x$ (%)	
	$X=f$	$X=V$	$X=f$	$X=V$
Bathurst (1978)	0.9009	0.9431	39.18	30.03
Thompson & Campbell (1979)	0.7618	0.7916	49.02	45.75
Jarrett (1984)	-0.8697	0.8789	104.16	28.44
Bathurst (1985)	0.8040	0.8594	44.72	41.00
Simons et al. (1989)	0.9460	0.9924	20.83	10.68
Aguirre-Pe & Fuentes (1990)	0.9626	0.9951	20.32	11.32

## CONCLUSIONES

Se probaron varios modelos empíricos para escalas grandes de rugosidad en un tramo de 40 m en el río Taquiña, un río de alta montaña de pendiente fuerte en Cochabamba, Bolivia. Se llevaron a cabo 7 campañas de medición de caudales y levantamientos topográficos, así como dos campañas de muestreo de sedimentos espaciales. El rango de los caudales aforados está muy próximo al caudal medio anual observado, y por lo tanto representativo del río Taquiña. Los valores calculados y observados de  $f$  y  $V$  fueron comparados. Los resultados muestran que los modelos de Simons, Li & Asociados (1989) y Aguirre-Pe & Fuentes (1990) son los más precisos en la estimación de  $f$  y  $V$ , con valores aceptables de  $COE_x$  y  $SE_x$ . La dispersión de los resultados es un indicador de que cada modelo cuantifica los procesos de resistencia de manera diferente. Por otra parte, los procedimientos para muestreo espacial de sedimentos no tendenciosos para la obtención de curvas granulométricas representativas aún tienen que ser mejorados (Weichter, 2006). A pesar de que los resultados presentados aquí son promisorios, se observa que dada la complejidad de los procesos de flujo, se necesitan más datos para evaluar la eficiencia de ambos modelos.

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$ : Sección transversal de flujo  
 $A_F$ : Sección transversal mojada de flujo de una partícula de sedimento  
 $A_i$ : Vista en planta del tramo de río estudiado  
 $a, b, c$ : Coeficientes que dependen de la escala de rugosidad y taludes laterales  
 $B$ : Función aditiva  
 $C$ : Coeficiente de rugosidad de Chézy para flujos de estela simple  
 $C_0$ : Coeficiente de rugosidad de Chézy para flujos sin estela  
 $COE_x$ : Coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe para la variable  $X$   
 $D_m$ : Tamaño característico de la partícula en la cual el  $m$  % de las mismas es más fina por conteo  
 $d$ : Profundidad de flujo promedio  
 $f$ : Coeficiente de rugosidad de Darcy -Weisbach calculado  
 $f_o$ : Coeficiente de rugosidad de Darcy -Weisbach observado  
 $Fr$ : Número de Froude  
 $g$ : Aceleración debida a la gravedad  
 $K_s$ : Rugosidad equivalente de Nikouradse  
 $k$ : Constante de von Karman  
 $N$ : Número de datos  
 $n$ : Coeficiente de rugosidad de Manning  
 $P$ : Perímetro mojado  
 $Q$ : Caudal líquido

$R$ :	Radio hidráulico
$Re$ :	Número de Reynolds
$S_f$ :	Pendiente de la línea de energía
$SE_X$ :	Error estándar de estimación promedio para la variable X
$V$ :	Velocidad media de flujo
$W$ :	Ancho promedio del río
$X_{calc}$ :	Variable calculada ( $f$ o $V$ )
$X_{obs}$ :	Variable observada ( $f$ o $V$ )
$\alpha$ :	Factor de textura
$\beta$ :	Factor de estela
$\lambda_f$ :	Concentración frontal de formas individuales del lecho
$\sigma$ :	Desviación estándar geométrica de los tamaños de las partículas

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Aguirre-Pe, J. y Fuentes, R.** (1990). "Resistance to Flow in Steep Rough Streams". *J. Hydr Div*, ASCE, Vol. 116, No. 11, pp. 1374-1387.

**Bathurst J. C.** (1978). "Flow Resistance of Large-Scale Roughness", *J. Hydr Div*, ASCE, Vol. 104, No. HY12, pp. 1587-1603.

**Bathurst J. C.** (1985). "Flow Resistance Estimation in Mountain Rivers", *J. Hydr Div*, ASCE, Vol. 111, No. 4, pp. 625-643.

**Ferro V.** (1999). "Friction Factor for Gravel-Bed Channel with High Boulder Concentration", *J. Hydr Div*, ASCE, Vol. 125, No. 7, pp. 771-778.

**Hey R. D.** (1979). "Flow Resistance in Gravel-Bed Rivers", *J. Hydr Div*, ASCE, Vol. 105, No. HY4, pp. 365-389.

**Jarrett R. D.** (1984). "Hydraulics of High-Gradient Streams", *J. Hydr Div*, ASCE, Vol. 110, No. 11, pp. 1519-1539.

**Simons D. B. y Sentürk F.** (1992). *Sediment Transport Technology*, Chapter 6: Resistance to Flow, Water Resources Publications, Colorado, U.S.A, pp. 352-362.

**Thompson S. M. y Campbell P. L.** (1979). "Hydraulics of a Large Channel Paved with Boulders", *J. Hydr Res.*, IAHR, Vol. 17, No. 4, pp. 341-354.

**Weichert R.** (2006). *Bed Morphology and Stability of Steep Open Channels*, Doctoral Dissertation, Versuchsantatal für Wasserbau, Hydrologie un Glaziologie der Eidgenössischen, Teschnischen Hochschule, Zürich, pp. 17-31, 57-71, 89.

**Wolman M. G.** (1954). "A Method of Sampling Coarse River-Bed Material", *Transactions of American Geophysical Union, AGU*, Vol. 335, No. 6, pp. 951-956.