

ANÁLISIS DE LA EVOLUCIÓN TEMPORAL DE LOS PROCESOS DE SOCAVACIÓN LOCAL EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE PUENTES

Hector Daniel Farias

Instituto de Recursos Hídricos (IRHi-FCEyT-UNSE)
Av. Belgrano (S) 1912, (G4200ABT) Santiago del Estero, Argentina.
E-mail: hfarias@bigfoot.com - Web: <http://irh-fce.unse.edu.ar/>

RESUMEN

En este trabajo se analiza la evolución temporal del proceso de erosión local alrededor de obstáculos (por ejemplo, elementos estructurales de puentes) y se encuentra que se puede dividir al mismo en tres lapsos diferentes: inicial, avanzado y asintótico. Partiendo de un razonamiento relativamente sencillo, basado en la descripción general del avance temporal del proceso y en consideraciones dimensionales, se encuentra que las ecuaciones que describen a esos tres lapsos son de tipo potencial, logarítmico y exponencial, respectivamente. Por su parte, las escalas de tiempo que intervienen en el proceso de socavación local son las asociadas a los tiempos cinemático, gravitatorio y sedimentológico. Puede formularse una ecuación empírica adimensional única para describir los dos primeros lapsos del proceso en forma conjunta y calibrar los coeficientes con datos experimentales asociados a la geometría del flujo y a las escalas temporales. Finalmente, se demuestra que una nueva función que adiciona dos exponenciales, puede describir adecuadamente la transición entre lapsos y resulta cómoda para extrapolar experimentos de corta duración para estimar el valor de la socavación de equilibrio.

ABSTRACT

The time evolution of the local scour process is analyzed in this paper. It is shown that the process can be divided in three different lapses: initial, advanced and asymptotic. From a simple reasoning, which is based on dimensional analysis considerations, it is found that the suitable equations that describe those lapses are power-type, logarithmic and exponential, respectively. The time scales involved in the process of local scour are those associated with cinematic, gravity and sedimentologic times. A dimensionless empirical equation is introduced to describe jointly the first two lapses and their coefficients are calibrated with experimental data based on flow geometry and time scales. Finally, a new function based on the addition of two exponential functions is adequate to describe the transition between lapses and it can be used to extrapolate short durations experiments and estimate the equilibrium scour depth.

INTRODUCCIÓN

La manera en la que se produce la evolución de la profundidad de socavación local con el tiempo alrededor de elementos estructurales de puentes es un tema de significativa importancia en la hidráulica de ríos. Una parte apreciable de las formulaciones disponibles para estimar la erosión local se refieren al valor de equilibrio de la misma, pero en la práctica se presentan a menudo situaciones en las que las duraciones de las crecidas son inferiores al tiempo necesario para alcanzar condiciones de equilibrio en la fosa de socavación, y por ello resulta necesario estudiar el avance de la socavación con el tiempo.

El objetivo del presente estudio es el de analizar algunos conceptos referidos a la evolución en el tiempo de la profundidad de socavación local en elementos estructurales de puentes. En

particular, se considera atinado concentrar el estudio en los siguientes puntos:

- Clasificación de las diferentes fases constitutivas del proceso de evolución temporal de la erosión local, en base a una justificación física de las características de comportamiento en cada fase y la correspondiente modelación matemática de la función de crecimiento;
- Definición de las escalas de tiempo características involucradas en el proceso.
- Formulación de funciones generalizadas para describir el avance temporal de la socavación en el rango de interés práctico y contrastación con datos experimentales.

A continuación se presentan los criterios metodológicos que se han considerado para el cumplimiento de los objetivos previamente enunciados.

EXPERIMENTOS DE SOCAVACIÓN LOCAL. EVOLUCIÓN Y FASES DEL PROCESO

Para comenzar el análisis se considera la situación en que la tasa de transporte sólido en el flujo de aproximación al obstáculo sea nula y en condición límite. Es decir, se requiere que la intensidad de flujo sea unitaria unitaria:

$$\eta_v = V/V_c = 1 \quad (1)$$

donde η_v es la intensidad del flujo, V es la velocidad media del flujo de aproximación y V_c es el valor crítico de V para el inicio del arrastre.

A partir de estas consideraciones, puede adoptarse el criterio de Fuentes y Aguirre-Pe (1990) para caracterizar al proceso de erosión local, el cual puede dividirse en tres lapsos diferentes: inicial, avanzado y asintótico. Este criterio es prácticamente coincidente con el expuesto por Cardoso y Bettess (1999), quienes denominan a las tres fases como inicial, principal y de equilibrio, respectivamente.

En el primer lapso, puede suponerse que la tasa temporal de erosión depende únicamente del valor de la erosión y del tiempo, haciendo abstracción de las características físicas del fluido y del sedimento, y de la geometría del flujo y del obstáculo. En ese caso se tiene:

$$\Phi_1[d(d_s)/dt, d_s, t] = 0 \quad (2)$$

de donde (aplicando criterios básicos de análisis dimensional) se obtiene:

$$[d(d_s)/dt] \propto (d_s/t) \quad (3)$$

Integrando la ecuación anterior se llega a:

$$d_s = a_1 \cdot t^{a_2} \quad (4)$$

donde a_1 y a_2 son constantes.

En virtud del razonamiento anterior, se encuentra que en esta zona la socavación crece potencialmente con el tiempo.

En el lapso de socavación avanzada las dimensiones de la fosa de erosión varían muy lentamente, ya que se está en una condición próxima al valor de equilibrio. Por lo tanto, puede suponerse que $d_s \approx d_{se}$, de donde:

$$[d(d_s)/dt] \propto (d_{se}/t) \quad (5)$$

Integrando la ecuación anterior, se obtiene:

$$d_s / d_{se} = b_1 \cdot \ln(t) + b_2 \quad (6)$$

Es decir, en este lapso la evolución resulta logarítmica.

El lapso asintótico no está muy bien definido, debido a los problemas experimentales que se presentan al intentar medir con precisión los avances incrementales de la erosión local en esta instancia, ya que la condición final de equilibrio dependerá de la capacidad de unos pocos granos de material para escapar de la fosa de socavación.

En muchos experimentos ello queda evidenciado a partir de la visualización de la curva resultante cuando se plotean los datos experimentales. Por ejemplo, si se consideran los experimentos de Liu & Skinner (publicados por Garde y Ranga-Raju, 1985) para el estudio de la evolución temporal de la socavación en estribos, no puede discernirse claramente la fase asintótica ya que en este segmento la curva exhibe un patrón de tipo oscilatorio (Figuras 1 y 2) justamente como consecuencia de lo antes mencionado. Es decir, la salida de partículas desde la fosa de erosión es intermitente y ello se ve reflejado en la forma de la curva, también afectada por errores experimentales de medición, evidentemente.

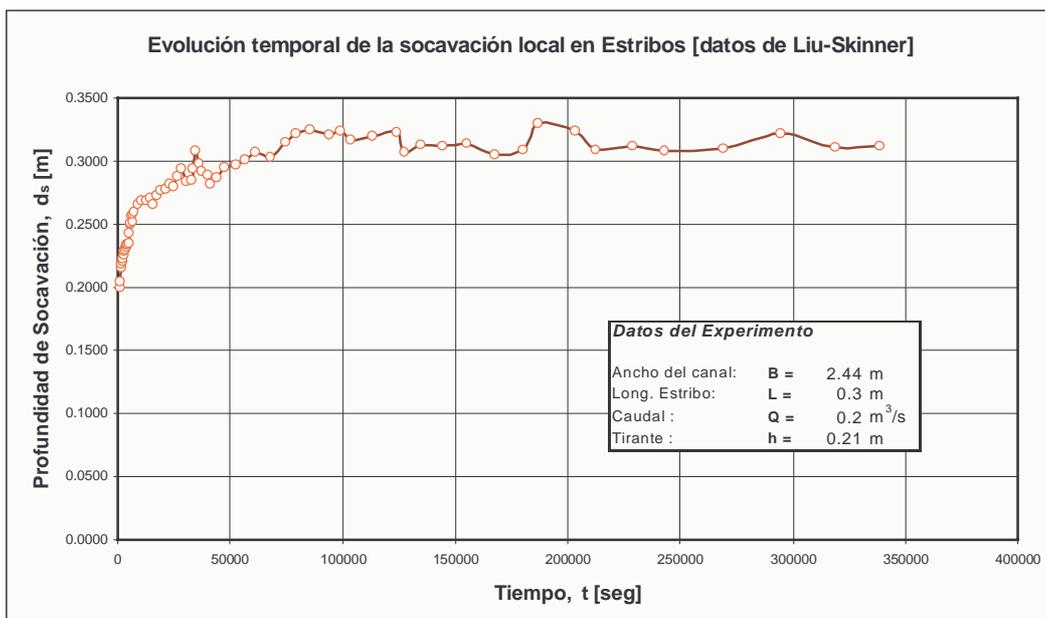


Figura 1.- Visualización del proceso de evolución temporal de la socavación local en estribos (datos de Liu & Skinner, exp. 1)

El patrón observado en la Fig. 2 es más estable, aunque también se aprecian indicadores del fenómeno antes mencionado. Teniendo en cuenta estos aspectos, se seleccionaron para el análisis algunos experimentos realizados recientemente con muchos cuidados experimentales, que se describen más adelante.

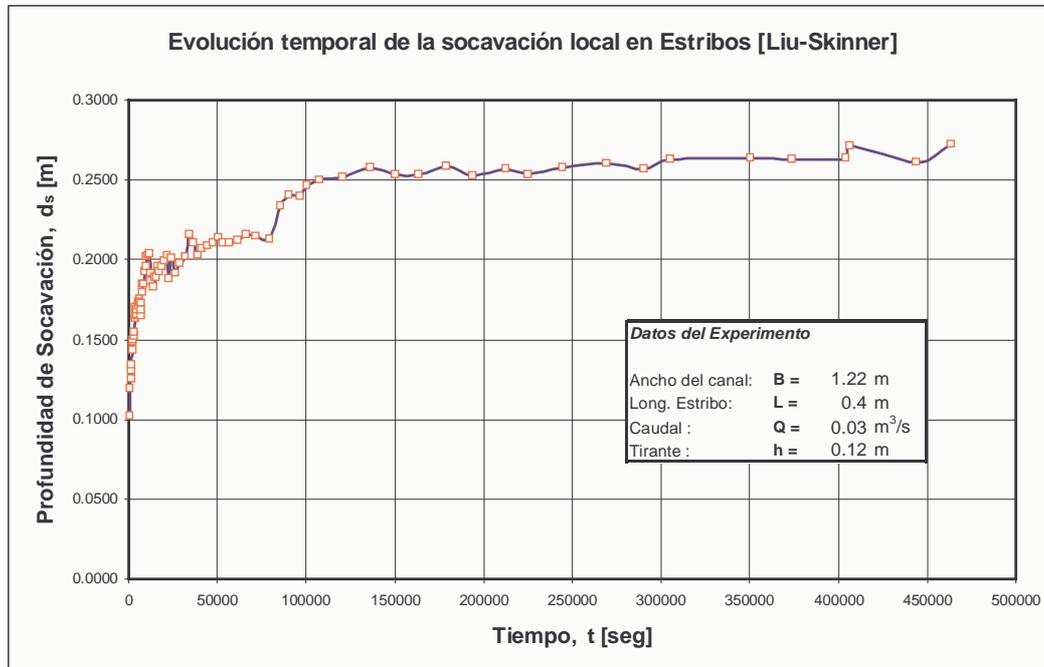


Figura 2.- Visualización del proceso de evolución temporal de la socavación local en estribos (datos de Liu & Skinner, exp. 2)

Considerando las dificultades experimentales mencionadas previamente, el razonamiento siguiente resulta válido para el caso en que

$$d \ll d_s \quad (7)$$

donde $d = d_{50}$ es el tamaño mediano del sedimento.

Para encontrar una relación funcional que describa este segmento de la evolución puede considerarse ahora que la variable independiente es la socavación residual $(d_{se} - d_s)$.

Entonces, la función que mejor representa esta situación será:

$$\tilde{\Phi}_3 [d(d_{se} - d_s) / dt, (d_{se} - d_s), t] = 0 \quad (8)$$

de donde:

$$(d_{se} - d_s) = \tilde{c}_1 \cdot t^{-\tilde{c}_2} \quad (9)$$

donde \tilde{c}_1 y \tilde{c}_2 son constantes numéricas.

Sin embargo, si se adopta como válida la hipótesis de que la socavación final es independiente de como se desarrolla inicialmente el fenómeno, la relación funcional básica se define en términos de una escala de tiempos asociada a la asíntota, t_e , de la siguiente manera:

$$\Phi_3[d(d_{se} - d_s)/dt, (d_{se} - d_s), t_e] = 0 \quad (10)$$

a partir de la cual se obtiene:

$$(d_{se} - d_s) = \hat{c}_1 \cdot e^{-\hat{c}_2 \cdot (t/t_e)} \quad (11)$$

donde \hat{c}_1 y \hat{c}_2 son constantes.

Es decir, si se divide miembro a miembro entre d_{se} se obtiene:

$$(d_s / d_{se}) = [1 - \hat{c}_1 \cdot e^{-\hat{c}_2 \cdot (t/t_e)}] \quad (12)$$

Si se compara esta ecuación con la ecuación exponencial propuesta por Simarro-Grande y Martín-Vide (2005) (la cual está basada en la fórmula de Hoffmans y Verheij, 2002):

$$(d_s / d_{se}) = [1 - e^{-c_1 \cdot (t/t_e)^{c_2}}] \quad (13)$$

las mismas serían idénticas para:

$$\hat{c}_1 = 1, \hat{c}_2 = c_1, c_2 = 1, t_e = t_c \quad (14)$$

El razonamiento anterior demuestra que una función de tipo exponencial tiene una justificación matemática sólo para el lapso asíntotico del proceso de socavación, mientras que el lapso inicial tiende a ser potencial y el lapso avanzado o principal es de tipo logarítmico. Con ello, se estaría demostrando la aseveración presentada recientemente por Simarro-Grande y Martín-Vide (2005) en el sentido que “el proceso de erosión local no necesariamente sigue la expresión exponencial”.

La validación experimental de estas expresiones no resulta sencilla ante la carencia de abundantes experiencias de laboratorio que hayan permitido el desarrollo de los tres lapsos, ya que en la mayoría de los casos los ensayos se interrumpen antes de alcanzar la condición de equilibrio. Sin embargo, a fin de ilustrar gráficamente la existencia de estos tres lapsos, se han seleccionado dos experimentos de erosión en estribos y uno de erosión en pilas circulares. Para ello, se analizaron datos publicados en la literatura que fueran el resultado de experimentos de socavación local en condiciones límites de agua clara (o sea, para valores de $\eta_V = V/V_c$ cercanos a la unidad).

En la Fig. 3 se muestra el comportamiento de los datos de Ayala y Niño (reportados por Fuentes y Aguirre-Pe, 1990) para pilas cilíndricas. Aunque el lapso asíntotico no se extiende significativamente (circunstancia que es común en la mayoría de los experimentos), se observa

claramente la discriminación de los tres lapsos asociados a otras tantas funciones matemáticas (potencial, logarítmica y exponencial). Los datos han sido ajustados a ecuaciones de esa naturaleza (se muestran en la figura las ecuaciones resultantes para segmento) y se observa que la concordancia entre la tendencia de los valores experimentales y las funciones ajustadas resulta más que aceptable para cada uno de los segmentos característicos.

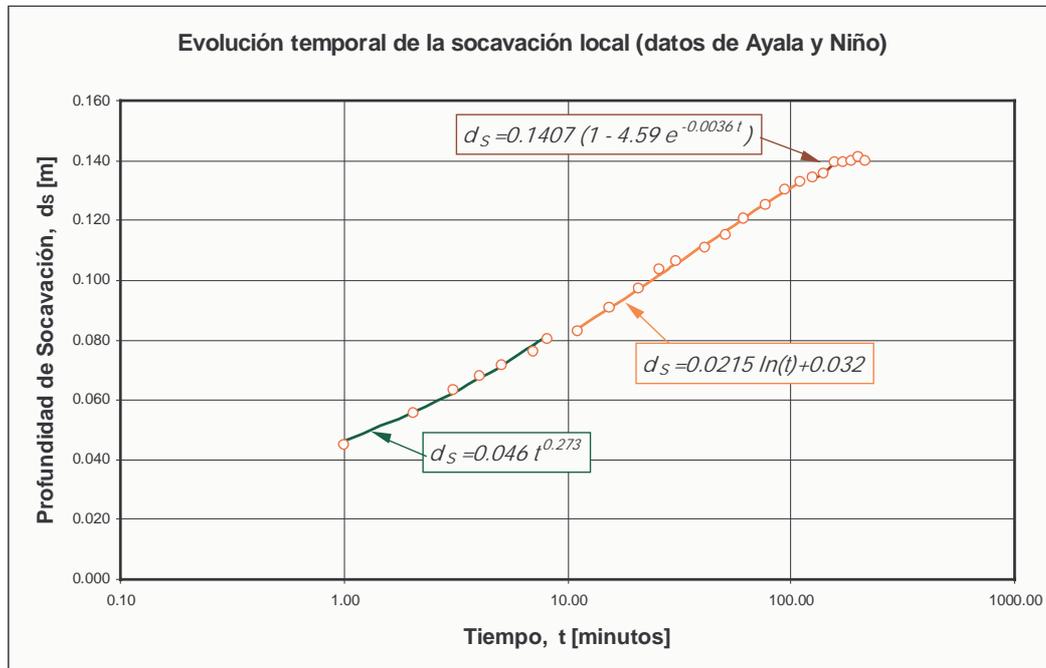


Figura 3.- Evolución Temporal de la socavación local en pilas circulares (datos de Ayala y Niño)

Uno de los experimentos en los que se observa de una manera más clara la división de los lapsos son los correspondientes a los ensayos de erosión local en estribos publicados por Cardoso y Bettess (1999, test 13) que se indican en la Fig. 4. En este caso puede apreciarse que los experimentos se llevaron a cabo de una manera tal que se permitió el desarrollo prolongado de la fase asintótica, tal como se observa en la figura. Para este segmento, resultada evidente el buen ajuste exhibido por la ecuación exponencial.

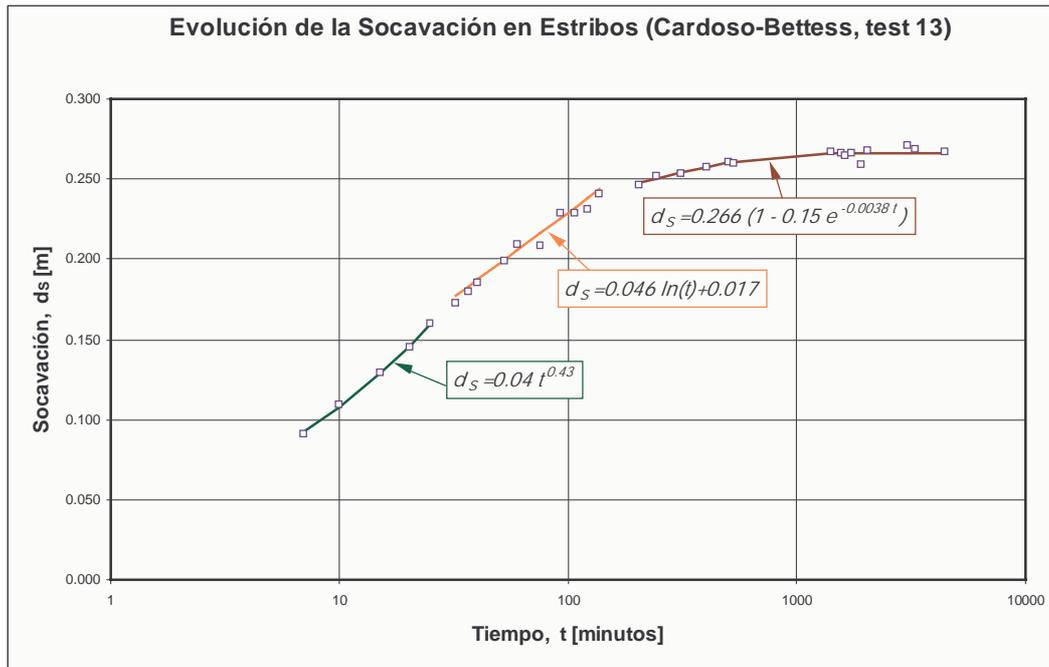


Figura 4.- Evolución de la Socavación en Estribos (datos de Cardoso y Bettess, test 13)

En la Fig. 5 se presenta el comportamiento de los datos de Melville y Chiew (Melville y Coleman, 2000) para socavación local en estribos. En este caso en ordenadas se indica la profundidad de socavación (d_s) normalizada con la longitud del estribo (L).

Los tres casos indicados muestran con claras evidencias la existencia de los tres lapsos en la evolución temporal de la socavación y las funciones matemáticas que describen de la mejor manera a cada uno de ellos.

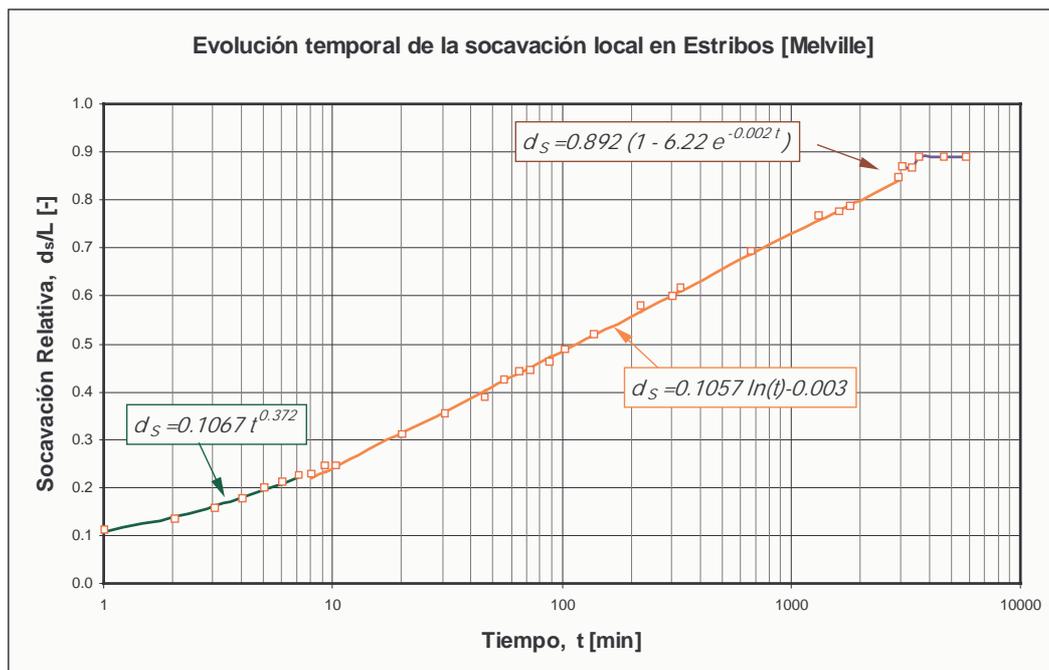


Figura 5.- Evolución temporal de la socavación local en Estribos (datos de Melville y Chiew)

ESCALAS DE TIEMPO CARACTERÍSTICAS DEL PROCESO DE EROSIÓN LOCAL

En algunas investigaciones (e.g., Simarro-Grande y Martin-Vide, 2005), en el análisis de la ecuación exponencial se hace referencia a un único “tiempo característico” que puede simbolizarse con t_c . Sin embargo, para poder avanzar hacia la formulación de funciones generalizadas que sirvan para describir la evolución temporal de la socavación local, es necesario analizar las escalas de tiempo intervinientes en el fenómeno.

En una primera instancia puede considerarse que las escalas de tiempo que intervienen en el proceso de socavación local son las asociadas a los tiempos cinemático (t_c), gravitatorio (t_g) y sedimentológico (t_s) (Fuentes y Aguirre-Pe, 1990), los que se pueden representar con las siguientes ecuaciones:

- Cinemático: $t_c = h/V$
- Gravitatorio: $t_g = V/g$
- Sedimentológico: $t_s = d/U_*$

donde h es la profundidad del flujo de aproximación antes del obstáculo, V la velocidad promediada en la vertical del tubo de corriente incidente sobre el obstáculo, g la aceleración de la gravedad y U_* la velocidad de cizallamiento.

Existe una cuarta escala de tiempos asociada a los procesos viscosos (que podría estimarse en un principio con la relación $t_v = d^2/\nu$, donde ν es la viscosidad cinemática del fluido), pero la misma ha sido omitida ya que si se circunscribe el análisis a la condición crítica de inicio del transporte $\eta_v = 1$, es decir, $U_* = U_{*c}$ esta escala ya no resulta independiente de la sedimentológica en virtud de la función de Shields, $\tau_{*c} = \Phi_\tau(d_*)$, donde $\tau_{*c} = U_{*c}^2/(g \cdot \Delta \cdot d)$ y $d_* = [(g \cdot \Delta / \nu^2)^{1/3} \cdot d]$, con $\Delta = (\rho_s - \rho)/\rho$ (densidad relativa del sedimento sumergido).

La consideración de estas tres escalas de tiempo sienta las bases para enunciar las funciones generalizadas de interés práctico para describir el avance temporal de la socavación.

FUNCIONES GENERALIZADAS PARA DESCRIBIR LA EVOLUCIÓN TEMPORAL

Teniendo en cuenta la existencia de los tres lapsos antes descritos, lo ideal sería poder disponer de una función única que los represente. Las propiedades de la misma deberían ser tales que sus predicciones se aproximen a una función potencial para valores bajos del tiempo, a una exponencial para valores muy altos y a una logarítmica para el rango intermedio. Sin embargo, no resulta sencillo encontrar una función de tales características. No obstante esta dificultad, desde el punto de vista práctico, interesan fundamentalmente los dos primeros lapsos, aspecto que fue priorizado por Fuentes y Aguirre-Pe (1990) al formular la siguiente ecuación general:

$$d_s = k_0 \cdot \ln(1 + k_1 \cdot t^{k_2}) \quad (15)$$

donde k_0 , k_1 y k_2 son constantes a ajustar con los datos experimentales.

Considerando la relación general resulta evidente la conveniencia de encontrar una versión adimensional de la misma. En un principio, podrían definirse las variables involucradas en forma adimensional de la siguiente manera:

$$d_{s_*} = d_s / d_{se} ; t_* = t / t_r \quad (16)$$

donde t_r es un “tiempo de referencia”, que puede formularse en función de las escalas características:

$$\frac{t_r}{t_s} = \Psi_t \left(\frac{t_g}{t_c}, \frac{t_g}{t_s}, \frac{h}{L} \right) \quad (17)$$

En esta expresión:

$$t_g / t_c = Fr^2, t_g / t_s = C_* \cdot \tau_{*c} \cdot \Delta \quad (18)$$

donde $C_* = V/U_*$ es el coeficiente adimensional de resistencia al flujo de Chézy.

La definición de t_r se hace habitualmente en forma arbitraria y a conveniencia según la disponibilidad de datos para ajustar empíricamente los parámetros.

Algunos investigadores (e.g., Ayala y Niño) definen el tiempo de referencia como aquel correspondiente a una socavación igual al 99% de la de equilibrio. Whitehouse (1997) se refiere al 63.2% de d_{se} , mientras que Miller (2003) usa el 75%. Teniendo en cuenta lo observado en datos de reciente aparición (e.g. Miller, 2003) parecería razonable adoptar en primera instancia el 90% (Baker, 1978, citado por Miller 2003; Fuentes y Aguirre-Pe, 1990), de modo tal que:

$$t_r = t \Big|_{d_s / d_{se} = 0.90} \quad (19)$$

Entonces, la función generalizada para estimar el tiempo de referencia será:

$$t_r / t_s = \Psi_t (Fr^2, h / L, t_g / t_s) \quad (20)$$

en la que se puede demostrar que la dependencia de (t_g/t_s) es relativamente débil.

A partir de los datos de Ayala y Niño (1988) y otros, Fuentes y Aguirre-Pe (1990) encontraron la relación:

$$t_r / t_s = 1000 \cdot \left[5 + 3(L/h)^3 \right] / Fr^2 \quad (21)$$

Esta ecuación empírica ha sido calibrada con datos escasos y limitados, por lo que no se recomienda su aplicación general a situaciones de diseño, pero se puede considerar como referencia inicial para intentar una re-calibración haciendo uso de nuevos datos.

Para la ecuación general adimensional se propone (Fuentes y Aguirre-Pe, 1990):

$$d_{s*} = \alpha_0 \cdot \ln(1 + \alpha_1 \cdot t_*^{\alpha_2}) \quad (22)$$

Los valores encontrados para las constantes involucradas en función de los datos disponibles fueron:

$$\alpha_0 = 0.46, \alpha_1 = 6.00, \alpha_2 = 0.333 \quad (23)$$

En la Fig. 6 se presenta una verificación independiente de esta relación con los datos de Sterling Jones para pilas cilíndricas presentados por Miller (2003). Puede apreciarse que el desempeño de la fórmula resulta aceptable en términos globales. No obstante, la diferencia observada en el segmento media, el ajuste en la instancia final (cercana al equilibrio) resulta muy bueno.

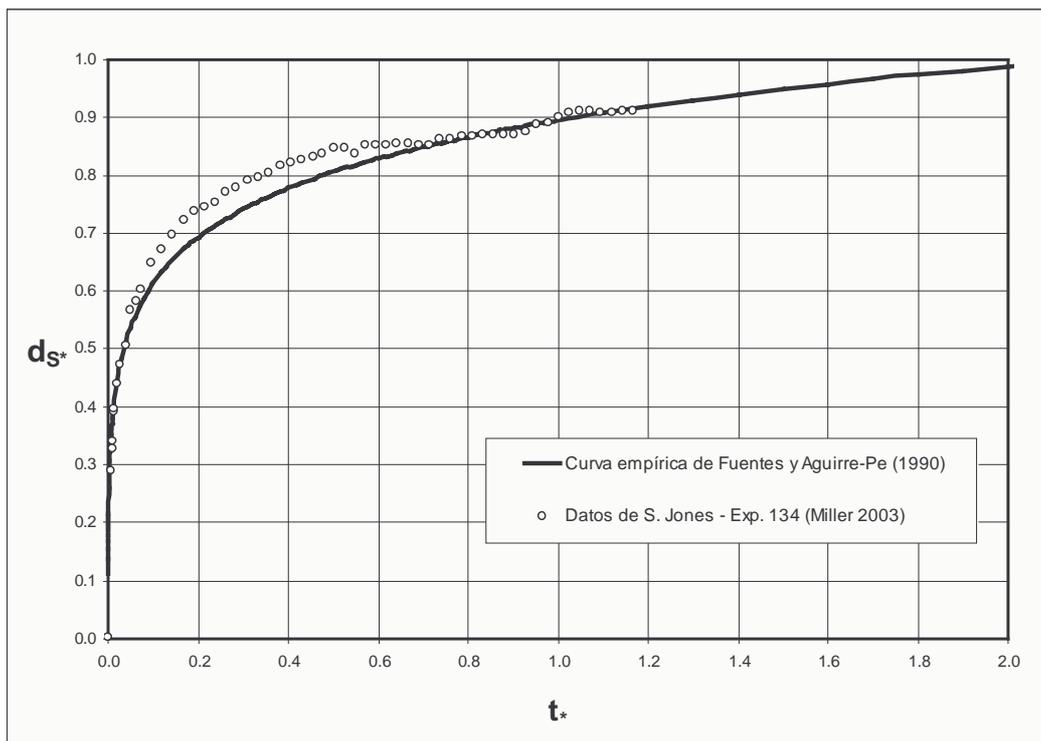


Figura 6. Comportamiento de la función adimensional generalizada de Fuentes y Aguirre-Pe (1990)

Finalmente, cabe introducir un comentario sobre el análisis reciente realizado por Miller (2003) para caracterizar la evolución temporal de la socavación. Este autor, valiéndose de los análisis previos de Bertoldi y Jones (1998) y Gosselin (1997) [citados por Miller, 2003], propone la suma de dos funciones hiperbólicas o exponenciales para caracterizar a la función de evolución temporal $d_s(t)$. Las funciones propuestas son las siguientes:

$$d_S(t) = a_{BJ} \left[1 - \left(1 / (1 + a_{BJ} b_{BJ} t) \right) \right] + c_{BJ} \left[1 - \left(1 / (1 + c_{BJ} d_{BJ} t) \right) \right] \quad (24)$$

$$d_S(t) = a_G \left[1 - e^{-a_G b_G t} \right] + c_G \left[1 - e^{-c_G d_G t} \right] \quad (25)$$

donde a_{BJ} , b_{BJ} , c_{BJ} , d_{BJ} son las constantes de ajuste para la primera y a_G , b_G , c_G , d_G para la segunda.

La justificación del uso de estas dos ecuaciones se basa en consideraciones físicas, ya que de esa manera se puede tener en cuenta la transición del proceso de socavación desde una instancia dominada por el transporte de sedimentos sobre un lecho plano (debido a las aceleraciones causadas por la distorsión de las líneas de corriente) a una condición dominada por la motorización de las partículas de sedimento por la acción del vórtice en herradura (Miller, 2003).

Debe destacarse que estas ecuaciones resultan propicias para extrapolar experimentos de corta duración, ya que en el límite asintótico (cuanto t tiende a infinito) el valor de la socavación local se estima a partir de la suma de los dos coeficientes, es decir:

$$d_{Se} = a_{BJ} + c_{BJ}, \text{ ó : } d_{Se} = a_G + c_G \quad (26)$$

A partir de esta singularidad de comportamiento, una vez obtenido un buen ajuste para las fases del proceso anteriores a la condición de equilibrio, la predicción de la socavación de equilibrio puede hacerse con niveles de precisión aceptables.

CONCLUSIONES

La evolución temporal del proceso de erosión local alrededor de obstáculos (por ejemplo, elementos estructurales de puentes) se puede caracterizar dividiendo al mismo en tres lapsos diferentes: inicial, avanzado y asintótico.

Partiendo de un razonamiento relativamente sencillo, basado en la descripción general del avance temporal del proceso y en consideraciones dimensionales, se puede encontrar que las ecuaciones que describen a esos tres lapsos son de tipo potencial, logarítmico y exponencial, respectivamente.

El análisis de algunos experimentos disponibles en la literatura indica que en muchas situaciones “el proceso de erosión local no necesariamente sigue la expresión exponencial” en todo su desarrollo, sino únicamente en el segmento final próximo al equilibrio.

Las escalas de tiempo que intervienen en el proceso de socavación local son las asociadas a los tiempos cinemático (t_c), gravitatorio (t_g) y sedimentológico (t_s).

Resulta factible formular una ecuación empírica adimensional única para describir los dos primeros lapsos del proceso en forma conjunta y calibrar los coeficientes con datos experimentales asociados a la geometría del flujo y a las escalas temporales.

El uso y aplicación de la función exponencial se puede implementar mediante la introducción de una nueva función que adiciona dos exponenciales, de modo de poder describir adecuadamente la transición entre lapsos y poder extrapolar experimentos de corta duración para estimar el valor de la socavación de equilibrio.

Agradecimiento. Las investigaciones presentadas en el presente trabajo fueron financiadas por el Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Universidad nacional de Santiago del Estero (CICYT-UNSE) [Proyecto 23-C042], la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT) [Proyecto FONCYT PICTR2002-00175] y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

LISTA DE SÍMBOLOS

A :	Área de la sección transversal del flujo
a_i :	Constantes ($i = 1, 2, 3, \dots$)
B :	Ancho del cauce (a nivel del lecho)
b_i :	Constantes ($i = 1, 2, 3, \dots$)
c_j :	Constantes ($j = 1, 2, 3, \dots$)
d_s :	Profundidad de socavación
d_{se} :	Profundidad de socavación en la condición de equilibrio
d :	Tamaño mediano de las partículas de sedimento ($d = d_{50}$)
d_* :	Parámetro adimensional de partícula ($=[(g \cdot \Delta / v^2)^{1/3} \cdot d]$)
Fr :	Número de Froude
g :	Aceleración de la gravedad
k_i :	Constantes ($i = 1, 2, 3, \dots$)
L :	Longitud característica del obstáculo
q :	Caudal líquido específico (por unidad de ancho del cauce)
S :	Pendiente del lecho
t :	Tiempo
U_* :	Velocidad de cizallamiento
V :	Velocidad media del flujo
V_c :	Velocidad media del flujo crítica para el inicio de arrastre de sedimentos
Δ :	Densidad relativa del sedimento sumergido [$= (\rho_s - \rho) / \rho$]
η_V :	Intensidad de flujo ($= V / V_c$)
μ :	Viscosidad dinámica
ρ :	Densidad del fluido
ρ_s :	Densidad del sedimento
τ_* :	Tensión de corte adimensional de Shields

REFERENCIAS

- Ayala, L. y Niño, Y.** (1988). "Evolución Temporal de la Socavación de equilibrio en Pilas de Sección Circular". *Revista de la Facultad de Ingeniería*, Universidad Central de Venezuela, Vol. 1, No. 2, Caracas, Venezuela.
- Cardoso, A. H. and Bettess, R.** (1999). "Effects of time and channel geometry on scour at bridge abutments". *Journal of Hydraulic Engineering*. Vol. 125, No. 4, pp. 388-399.
- Fuentes, R. y Aguirre-Pe, J.** (1990). "Avance Temporal de la Socavación en Pilas Circulares". *Memorias del XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, AIIH-IAHR, Montevideo, Uruguay, pp. 1527-1536.
- Garde, R. J. & Ranga-Raju, K. G.** (1985). *Mechanics of Sediment Transportation and Alluvial Stream Problems*. Halsted Press, J. Wiley & Sons, NY, USA.
- Hoffmans, G.J.C.M. and H.J. Verheij** (2002). "On the Challenges of Scour Prediction", Invited Lecture, *Proceedings of ICSF-1: First International Conference on Scour of Foundations*. Nov. 17-20, 2002. Texas A&M Univ. College Station, Texas, USA.
- Melville, B. W. and Coleman, S. E.** (2000). *Bridge Scour*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado, USA.
- Miller, W.** (2003). *Model for the time rate of local sediment scour at a cylindrical structure*. Ph.D. Dissertation, University of Florida, USA.
- Simarro-Grande, G. y Martin-Vide, J. P.** (2005). "Estudio de la Evolución Temporal de la Erosión Local mediante la Expresión Exponencial". *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XX, No. 2, abril-junio, pp. 137-146.