

GEOMETRÍA HIDRÁULICA DE RÍOS DE LLANURA. ENFOQUES ANALÍTICOS CONSIDERANDO LA INFLUENCIA DE LAS MÁRGENES

Hector Daniel Farías

Instituto de Recursos Hídricos (IRHi-FCEyT-UNSE)
Av. Belgrano (S) 1912, (G4200ABT) Santiago del Estero, Argentina.
E-mail: hfarias@bigfoot.com - Web: <http://irh-fce.unse.edu.ar/>

RESUMEN

Se presenta una revisión del concepto de geometría hidráulica para cauces aluviales y se discuten los métodos analíticos para su predicción. En particular, luego de observar el comportamiento de datos de campo y laboratorio, se analiza el criterio basado en la minimización de la potencia del flujo o maximización de la capacidad de transporte de sedimentos. Posteriormente, se estudia la incidencia del material constitutivo de las márgenes y su resistencia sobre la geometría hidráulica. Finalmente, se presentan ecuaciones de régimen basadas en criterios de optimización (principio MCTS) y se evalúa su desempeño frente a datos de campo, identificándose algunos puntos que merecen ser investigados en el futuro.

ABSTRACT

A review of the hydraulic geometry concept for equilibrium alluvial channels is presented in this paper. The analytical methods for hydraulic geometry are discussed. Criteria base on the principle of minimum stream power or maximum sediment transport capacity (MSTC) are analyzed after the observation of behavioral trends of field and laboratory data. Thereafter, the effect of the nature and strength of bank material on the hydraulic geometry is studied. Finally, a set of regime-type analytical equations is presented. These equations are based on the MSTC principle and their prediction capability is evaluated. Future research needs are identified.

INTRODUCCIÓN

Las dimensiones (ancho y profundidad) y pendiente estables de un río aluvial, lo que comunmente se denomina "geometría hidráulica", es un tema de indudable interés en hidráulica fluvial, con aplicaciones en el diseño de canales estables, obras de encauzamiento, restauración de cauces, etc.

Existen diversas metodologías para predecir la geometría de equilibrio (o régimen) en cauces aluviales, siendo ellas de naturaleza puramente empírica, semi-teórica o analíticos.

El objetivo del presente estudio es el de revisar los enfoques analíticos para estimar la geometría hidráulica (hacia aguas abajo) de ríos de llanura, incorporando el efecto de las márgenes en los cálculos de ancho estable y los valores asociados de profundidad y pendiente de régimen.

GEOMETRÍA HIDRÁULICA DE RÍOS

La geometría hidráulica de un tramo de río (Figura 1) habitualmente se expresa a través de un conjunto de ecuaciones que describen de manera global la forma y tamaño del cauce

(representados a través del ancho B y profundidad H de la sección transversal y la pendiente longitudinal S , asumidas como variables dependientes) en función del caudal dominante Q . Es decir: $B, H, S = f_{B, H, S}(Q)$. Estas tres funciones habitualmente se presentan en forma potencial:

$$B = a_0 \cdot Q^{a_1} \quad (1a)$$

$$H = b_0 \cdot Q^{b_1} \quad (1b)$$

$$S = c_0 \cdot Q^{c_1} \quad (1c)$$

donde a_i, b_i, c_i son coeficientes y exponentes ($i=1,2$) inicialmente obtenidos de forma empírica pero luego validados a través de criterios analíticos. A pesar de la gran complejidad implícita en los procesos morfológicos que determinan las dimensiones de régimen, los exponentes de las relaciones anteriores varían entre rangos relativamente estrechos para el caso de cauces de llanura ($0.46 < a_1 < 0.53$; $0.3 < b_1 < 0.4$; $-0.25 < c_1 < -0.15$, aprox.).

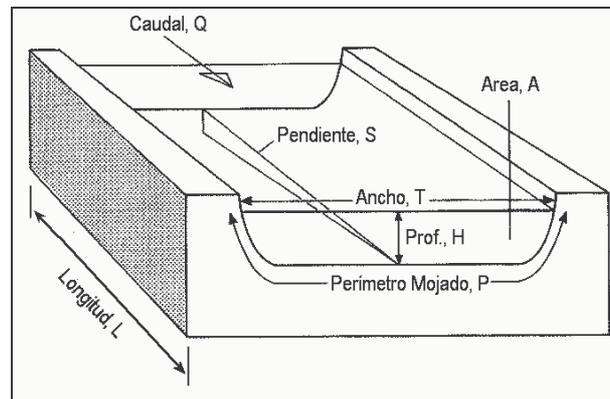


Figura 1.- Esquema de definición para la geometría hidráulica de cauces aluviales

Para ilustrar este comportamiento, en la Fig. 2 se presenta la relación observada entre el caudal dominante y el ancho de régimen, cubriendo 10 órdenes de magnitud para el caudal y 5 para el ancho. Los datos incluyen desde microcanales de laboratorio (Armstrong y Metivier, 2003) hasta grandes ríos de llanura (Parker, 2004). Un aspecto interesante que puede observarse en la Fig. 2 es que no obstante la aceptable correlación global, una ecuación en función solamente del caudal no es suficiente para explicar el comportamiento de los datos en todo el rango (se pueden observar subestimaciones para los micro-canales y para los grandes ríos, lo cual estaría indicando que a_0 no necesariamente es constante (suponiendo que a_1 si lo es), sino que depende de otras magnitudes.

Además, si se tiene en cuenta el valor del parámetro de Shields característico asociado a las condiciones impuestas por el caudal dominante, se observa que tanto los ríos de llanura (generalmente de lechos arenosos y márgenes arenosas-limosas o cohesivas) como los ríos con lecho de grava ocupan regiones bien diferenciadas del Diagrama de Shields generalizado, el cual ha sido adaptado a partir del propuesto por García (2000) y se presenta en la Fig. 3. En la misma puede observarse además, que los canales aluviales en régimen (se han ploteado datos

correspondientes a un total de 496 de ellos) ocupan una zona de transición más cercana a los ríos de llanura y en algunas sub-zonas (e.g., transición rizos-dunas) superpuestos con aquellos.

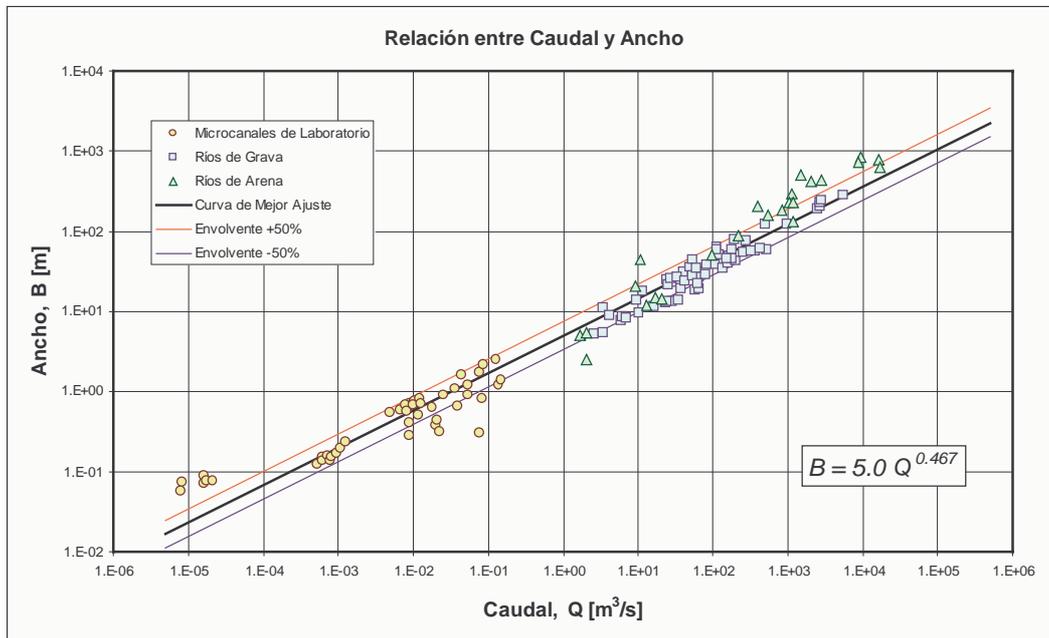


Fig. 2.- Relación entre ancho de régimen y caudal dominante.

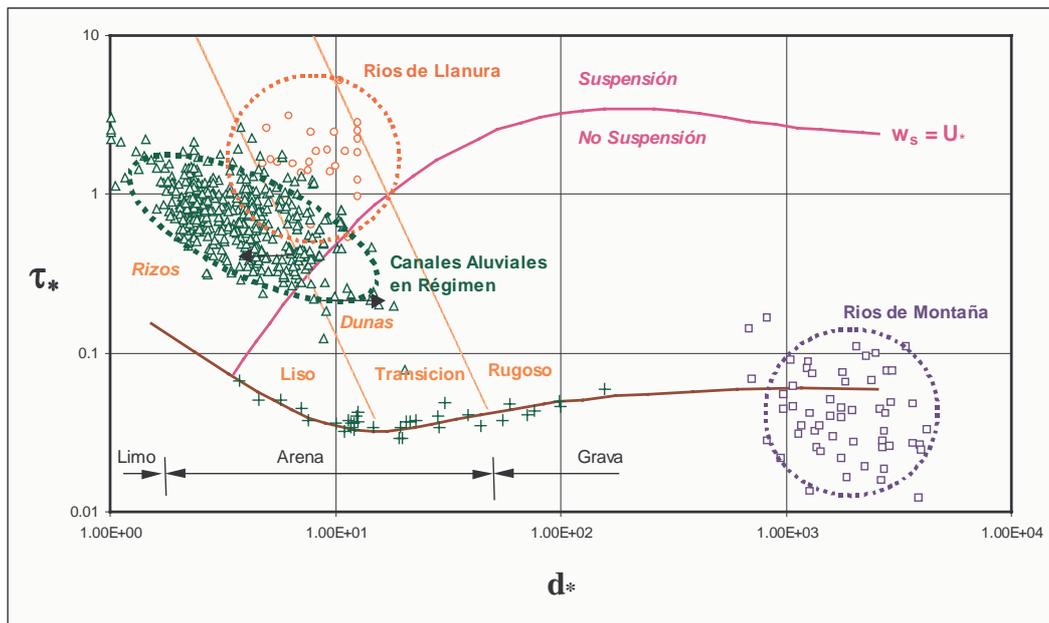


Figura 3.- Diagrama de Shields generalizado (adaptado de García, 2000) en el que se indican las regiones características correspondientes a ríos de llanura, ríos con lecho de grava y canales aluviales en régimen.

Ante la dispersión observada, algunos autores (e.g., Parker 2004) han sugerido la idea de formular relaciones aproximadas para la geometría hidráulica de cauces usando como condición de cierre para la tercera ecuación necesaria la de constancia del parámetro de Shields (τ_*).

En la Figura 4 se presenta un gráfico (propuesto por Parker) que expresa la tensión de Shields en función de un caudal adimensional ($Q^{\wedge} = Q_{*}/\Delta^{0.5}$) y los valores aproximadamente constantes de τ_{*} para los dos agrupamientos de datos observados.

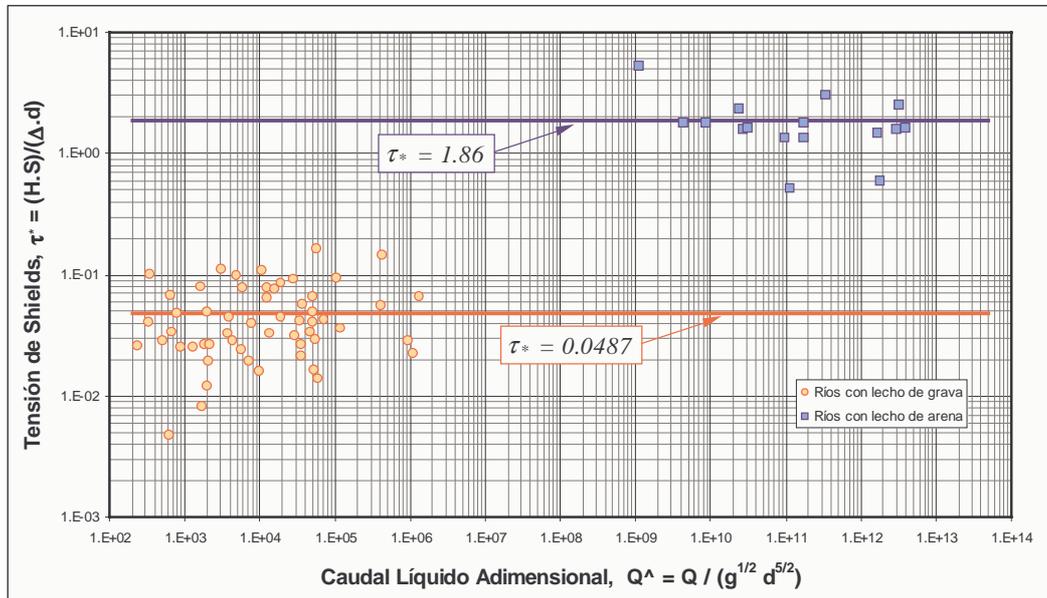


Figura 4.- Gráfico del parámetro de Shields τ_* en función del caudal adimensional Q^{\wedge} para ríos de llanura y de montaña

Un criterio similar al indicado previamente (es decir, $\tau_* = \tau_{*0} = \text{constante}$) ha sido usado por Julien (2002) para desarrollar sus ecuaciones de geometría hidráulica, las que se presentan en la forma:

$$X = k_0 \cdot d^{k_1} \cdot \tau_*^{k_2} \cdot Q^{k_3} \quad (2)$$

donde X es una variable genérica representativa de la geometría hidráulica, es decir: $X = \{B, H, S\}$, y los exponentes k_i ($i = 1, 2, 3$) son funciones algebraicas de m_r , designándose como tal al exponente de una función de resistencia del tipo Einstein & Chien,

$$V = a \cdot g^{0.5} \cdot (H/d)^{m_r} \cdot H^{0.5} \cdot S^{0.5} \quad (3)$$

Los coeficientes k_0 fueron calibrados por Julien usando una extensa base de datos de ríos tanto arenosos como con lecho de grava.

Si se analizan en detalle las metodologías tanto de Parker (2004) como de Julien (2002) se encuentra que la condición [$\tau_* = \tau_{*0} = \text{constante}$] conduce irremediamente a una igualdad en los valores absolutos de los exponentes del caudal en las ecuaciones de geometría hidráulica para la profundidad y la pendiente, pero con signo opuesto. Es decir, teniendo en cuenta las ecuaciones 1, se tendría: $b_1 = -c_1$. Esta condición se verifica experimentalmente en forma aproximada en los ríos con lecho de grava, pero así en los cauces arenosos en los como regla general el valor absoluto de b_1 es del orden del doble en relación al de b_2 (Farias, 1993a).

En la Fig. 5 se presenta la relación adimensional entre ancho y caudal, con lo que la correlación mejora indicando la importancia de considerar el tamaño del sedimento en este caso.

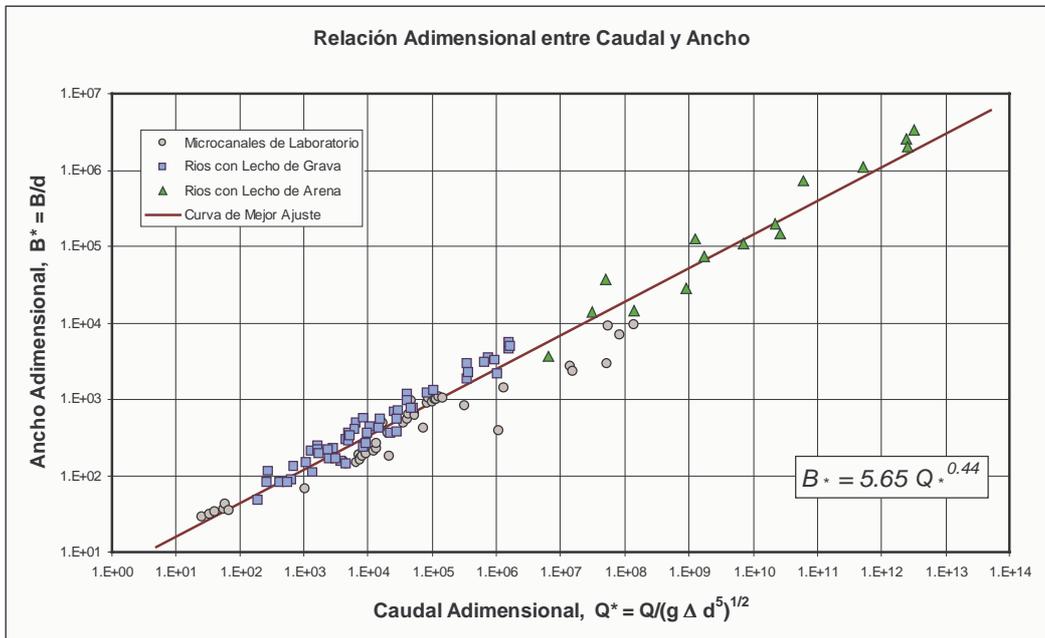


Fig. 5.- Relación adimensional ancho-caudal.

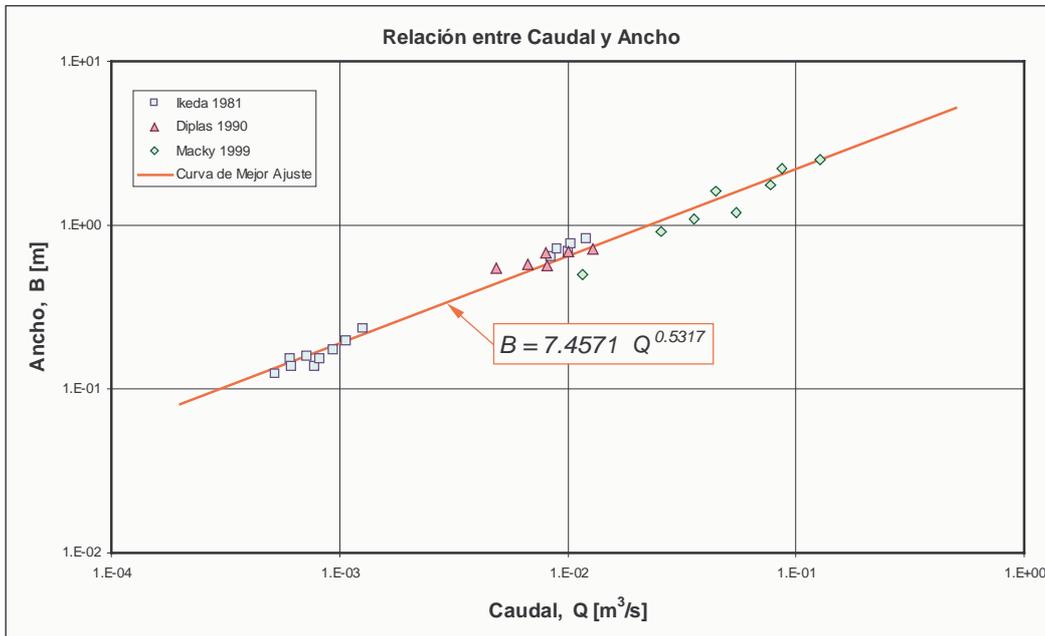


Figura 6.- Relación Ancho-Caudal para un grupo de experimentos con microcanales de laboratorio ($r^2 = 0.98$)

En la Figura 6 se presenta la relación del ancho en función del caudal dominante para tres conjuntos de datos de canales de laboratorio (Ikeda, Diplas y Macky), en el que puede observarse con claridad que estos cauces tienden a ser más anchos que la generalidad de

cauces cubriendo todo el rango y, aunque el exponente del caudal se sigue situando alrededor del valor 0.5 (como en la gran mayoría de los casos), el coeficiente en este caso resulta mayor que el valor medio.

Teniendo en cuenta estas tendencias generales de comportamiento de los ríos, se revisan a continuación los enfoques existentes para la geometría hidráulica.

TEORÍAS SOBRE GEOMETRÍA HIDRÁULICA

Existe una gran diversidad de teorías para explicar de alguna manera las tendencias observadas. Recientemente Singh (2003) ha presentado una exhaustiva compilación de métodos, incluyendo los criterios empíricos, semi-empíricos y racionales. Estos últimos pueden dividirse a su vez en enfoques mecanicistas y criterios basados en hipótesis de comportamiento extremo.

Muchos de los criterios existentes se basan en la consideración de conceptos energéticos, esencialmente en distintas maneras de expresar la "potencia de la corriente".

La potencia del flujo (o "stream power") es una magnitud de importancia trascendente en la caracterización de los procesos fluvio-morfológicos. La misma ha sido usada como factor altamente influyente en estudios de transporte de sedimentos, fundamentalmente a partir de los trabajos de Bagnold y posteriormente Yang (Yalin & da Silva, 2001) y también en morfología fluvial, especialmente por parte de Chang (1988).

Este concepto se aplica de diferentes maneras a un tramo de curso fluvial, de modo que según el autor de que se trate la potencia aparece presentada en varias versiones posibles. En este trabajo se han compilado las siguientes:

- Potencia Total del Flujo en un tramo de Longitud L (Chang, 1988):

$$\Omega_T = \int_L \rho \cdot g \cdot Q \cdot S \cdot dx \approx \rho \cdot g \cdot Q \cdot S \cdot L$$

- Potencia del Flujo por unidad de longitud (Chang, 1988):

$$\Omega_L = \rho \cdot g \cdot Q \cdot S$$

- Potencia Unitaria del Flujo (por unidad de peso del fluido) (Yang):

$$\Omega_U = (\rho \cdot g \cdot Q \cdot S \cdot L) / (\rho \cdot g \cdot A \cdot L) = V \cdot S$$

- Potencia del Flujo por unidad de área del lecho (Bagnold):

$$\Omega_A = (\rho \cdot g \cdot Q \cdot S \cdot L) / (P \cdot L) = (\rho \cdot g \cdot A \cdot V \cdot S \cdot L) / (P \cdot L) = \rho \cdot g \cdot R \cdot S \cdot V = \tau \cdot V$$

- Potencia del Flujo por unidad de ancho del lecho (van den Berg):

$$\Omega_B = (\rho \cdot g \cdot Q \cdot S \cdot L) / B$$

Debe tenerse especial cuidado con la utilización de estos conceptos cuando se aplican al estudio de la geometría hidráulica de cauces aluviales, ya que el uso de una u otra versión de la "potencia de la corriente" puede derivar en resultados diferentes.

En el contexto de este estudio se tratan los denominados "métodos analíticos" que incluyen a las hipótesis de comportamiento extremo. En particular, se analiza el criterio de máxima capacidad de transporte sólido (MCTS) que se corresponde con el de minimización de la potencia de la corriente por unidad de longitud del cauce (Mengoni et al, 2004).

El criterio MCTS es equivalente al criterio denominado MPCL (minimización de la potencia de la corriente por unidad de longitud del cauce), que consiste en cerrar el sistema de ecuaciones de fricción y transporte con una condición de $\Omega_L \rightarrow$ mínimo, tal como se ha demostrado en varios trabajos previos (e.g., Chang 1988; Farias 1993a).

El criterio MCTS, inicialmente puesto en práctica por White et al. y Chang a fines de la década del '70 y comienzos del '80 (Mengoni et al., 2004) fue inicialmente validado con datos de canales estables y pequeñas corrientes con lecho de grava. Verificaciones posteriores demostraron que en la forma en que estaban desarrollados los algoritmos computacionales y algunas hipótesis adoptadas conducían a predicciones que tienden sistemáticamente a subestimar el ancho en la mayoría de los casos de ríos naturales y también de micro-cauces experimentales (Eaton y Millar, 2004). Esta tendencia se debe a la carencia de una componente en el análisis que considere el efecto de las márgenes en el proceso de adquisición de un ancho estable en coincidencia con la minimización de la pendiente o la maximización de la capacidad de transporte sólido.

En rigor, el problema inicial resultó a partir de la incorrecta formulación de la solución computacional por parte del grupo de HR Wallingford (White, Bettess y Paris) que desarrolló el algoritmo a principios de la década de 1980. En efecto, tal como se describe en un trabajo reciente en el que participan dos de sus originadores (Mengoni et al., 2002) el método fue implementado inicialmente de manera tal que la determinación de la sección transversal estable se realizaba analíticamente aplicando relaciones apropiadas para la resistencia al flujo y la capacidad de transporte total de material del lecho, y minimizando la pendiente, para valores dados de caudal líquido, concentración de sedimentos y tamaño de material. Los cálculos se realizaban considerando una sección de forma rectangular y luego ajustando la misma a una trapezoidal equivalente de área igual a la rectangular. Asimismo, se consideraba que el material del lecho y márgenes era el mismo.

En la nueva modificación del método WBP, Mengoni et al. (2002) proponen el uso de una sección transversal que tiene una forma consistente en un lecho horizontal y márgenes curvilíneas (que ya había sido usada y analizada tiempo atrás en la implementación del principio MCTS por Farias -1993b-, entre otros). Con ello se obtienen predicciones mucho más ajustadas tanto para el ancho como para la profundidad del flujo.

A diferencia del criterio WBP re-impulsado por Mengoni et al. (2002) que recae en el uso de las ecuaciones de Ackers & White para el transporte total y en la de White, Paris y Bettess para

la fricción aluvial, el autor (Farias, 1993a) había desarrollado un método general que posibilita el uso de cualquier par de relaciones apropiadas para estos dos procesos, con lo que se obtuvo un "menú" de ecuaciones tipo régimen (pero de base analítica) para predecir la geometría hidráulica de canales aluviales.

EFECTO DE LAS MÁRGENES

En el caso de ríos de llanura el efecto de las márgenes cobra importancia en una serie de componentes, a saber:

- propiedades texturales y geomecánicas de los materiales que componen la margen;
- tipo y densidad de la vegetación en las márgenes;
- geometría de la sección en la región de márgenes, que en rigor está relacionada con la geotecnia y la vegetación.

Con relación al primer punto, se han desarrollado estudios recientes que incluyen explícitamente esta componente (Eaton y Millar, 2004). Con respecto a la incidencia de la vegetación, prácticamente la única manera de incluirla es a través de una tipificación de casos posibles y la calibración de factores empíricos para cada uno de ellos (Anderson et al., 2004) aunque también es una solución elegante la consideración de este factor a través de su efecto directo en la resistencia a la erosión de las márgenes y por tanto se puede considerar corrigiendo los indicadores geotécnicos (Eaton y Millar, 2004).

Con respecto al último punto, el mismo ya fue tenido en cuenta en estudios anteriores (Farias, 1993a,b) y en una investigación reciente se encontró que el método de Wallingford WBP mejora significativamente sus predicciones si se considera que el cauce estable posee márgenes curvilíneas en lugar de rectas (Mengoni et al., 2004).

El efecto de la composición del material de las márgenes en relación al del lecho puede ser tenido en cuenta con el indicador de porcentaje de limo y arcilla (M) introducido por Schumm (1977), el cual puede expresarse como:

$$M = \frac{c_{LA(\text{lecho})}B + (c_{LA(mi)} + c_{LA(md)})H}{B + 2H} \quad (4)$$

donde c_{LA} indica el contenido porcentual de limo-arcilla de la muestra en relación al total, es decir, la fracción de material con $d < 62\mu$ en cada muestra, tomadas en el lecho, margen derecha y margen izquierda.

Usando una base de datos de varios ríos en distintas regiones del mundo, Schumm (1977) encontró una fuerte correlación entre este indicador y la razón de aspecto del cauce ($\Gamma = B/H$), tal como puede observarse en la Figura 7. En la misma se indica la correlación original propuesta por Schumm y la obtenida en este estudio mediante un re-análisis de los datos. Se observa que la tendencia general es inversa (el exponente de M resulta del orden de -1).

Una relación de este tipo (puramente empírica por su naturaleza) podría desarrollarse con un mayor grado de refinamiento para introducir el efecto de la resistencia de márgenes (expresada indirectamente a través de la naturaleza del material constitutivo de las mismas) sobre la geometría de cauces estables.

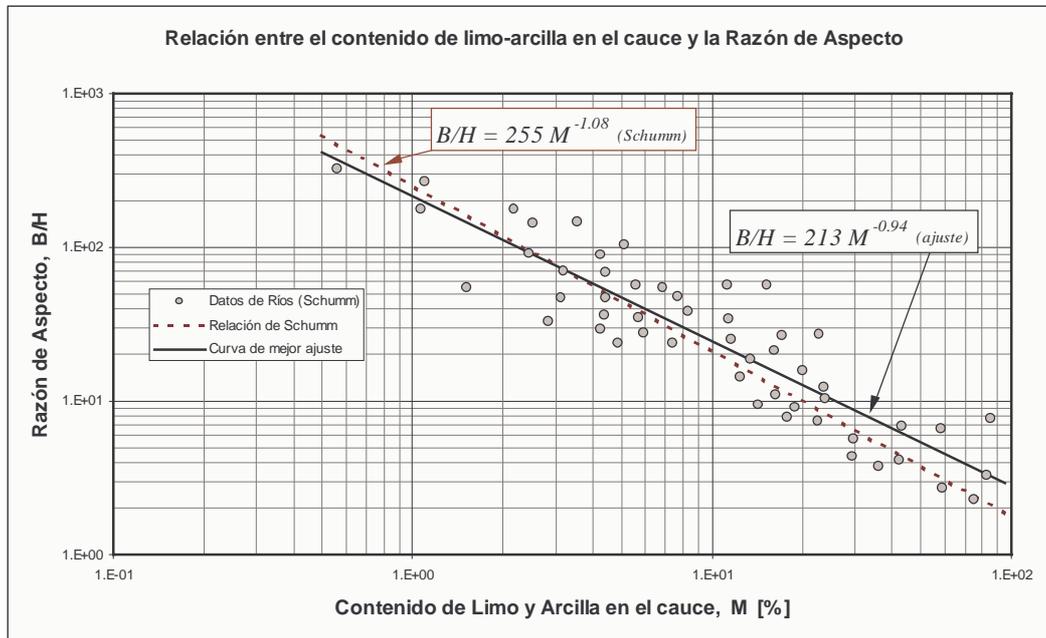


Figura 7.- Correlación entre la razón de aspecto y el contenido de material fino en el contorno de la sección en ríos aluviales

Una investigación reciente de Eaton y Millar (2004) introduce criterios para incluir los efectos de resistencia de márgenes (incorporando el clasificador de tipos de vegetación), que se sintetizan en un conjunto de ecuaciones empíricas para la distribución de las tensiones de corte y las características geotécnicas del material, que en definitiva se sintetizan en un conjunto de recomendaciones para adoptar empíricamente el ángulo de fricción interna aparente (ϕ') del material de las márgenes, y aplicar el proceso de optimización (principio MCTS) para encontrar la geometría hidráulica del cauce.

Un enfoque alternativo había sido desarrollado tiempo atrás por el autor (Farias, 1993a) para las condiciones encontradas en canales aluviales estables. En la Tabla 1 se presenta un menú de seis conjuntos de ecuaciones de régimen (adimensionales) para predecir la geometría hidráulica de cauces de llanura, obtenidas a partir de la implementación computacional del principio MCTS en combinación con seis pares de funciones de fricción aluvial y transporte de sedimentos de bondad comprobada para el caso de ríos de llanura.

Estas ecuaciones fueron obtenidas analíticamente (Farias, 1993a) para una sección transversal de geometría trapecial en la que la inclinación de los taludes (m) se estimó a partir de una fórmula empírica del tipo $m=k_0d^{k_1}Q_*^{k_2}$ (donde k_0, k_1, k_2 son constantes) calibrada con datos de canales de riego excavados en material aluvial. El criterio fue el de lograr una geometría compensada teniendo en cuenta que las márgenes curvilíneas se pueden describir a través de una fórmula exponencial (Farias, 1993b).

Este criterio podría generalizarse para el caso de ríos incorporando los indicadores de la resistencia de márgenes antes discutidos. Se encuentra actualmente en curso un estudio orientado hacia ese objetivo.

Tabla 1. Ecuaciones Adimensionales de Régimen basadas en el criterio METS. $P_* = P/d$; $R_* = R/d$; $S_* = S/\Delta$; $Q_* = Q/(g\Delta d^5)^{1/2}$; $C_{S*} = Q_* / S_*$; $d_* = [(g\Delta/v^2)^{1/3} d]$; $\Delta = (\rho_s/\rho - 1)$. P: perímetro mojado; R: radio hidráulico; S: pendiente. En ríos de llanura: $P \approx B$, $R \approx H$.

Código	Ecuaciones Teóricas de Régimen
E-H F&T: Engelund & Hansen	$P_* = 0.950 d_*^{0.068} C_{S*}^{-0.009} Q_*^{0.497}$ $R_* = 0.954 d_*^{-0.216} C_{S*}^{-0.022} Q_*^{0.399}$ $S_* = 9.766 d_*^{-0.040} C_{S*}^{0.666} Q_*^{-0.200}$
A-W F: White et al T: Ackers & White	$P_* = 0.076 d_*^{0.666} C_{S*}^{-0.023} Q_*^{0.555}$ $R_* = 1.213 d_*^{-0.432} C_{S*}^{-0.120} Q_*^{0.357}$ $S_* = 0.918 d_*^{0.419} C_{S*}^{0.521} Q_*^{-0.193}$
B-B F&T: Brownlie	$P_* = 0.202 d_*^{0.253} C_{S*}^{-0.067} Q_*^{0.524}$ $R_* = 0.624 d_*^{-0.141} C_{S*}^{-0.110} Q_*^{0.368}$ $S_* = 11.097 d_*^{-0.098} C_{S*}^{0.605} Q_*^{-0.225}$
V-R F&T: Van Rijn	$P_* = 0.584 d_*^{0.210} C_{S*}^{-0.050} Q_*^{0.492}$ $R_* = 0.203 d_*^{-0.085} C_{S*}^{-0.139} Q_*^{0.398}$ $S_* = 4.680 d_*^{-0.210} C_{S*}^{0.504} Q_*^{-0.233}$
P-P F&T: Peterson & Peterson	$P_* = 0.201 d_*^{0.199} C_{S*}^{-0.104} Q_*^{0.520}$ $R_* = 0.709 d_*^{-0.131} C_{S*}^{-0.077} Q_*^{0.375}$ $S_* = 23.342 d_*^{0.130} C_{S*}^{0.779} Q_*^{-0.213}$
K-K F&T: Karim & Kennedy	$P_* = 0.488 d_*^{0.213} C_{S*}^{-0.043} Q_*^{0.500}$ $R_* = 0.239 d_*^{-0.134} C_{S*}^{-0.172} Q_*^{0.381}$ $S_* = 8.467 d_*^{0.010} C_{S*}^{0.642} Q_*^{-0.221}$

APLICACIÓN, DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La verificación de la bondad de las ecuaciones de geometría hidráulica se llevó a cabo mediante una comparación de las predicciones con datos de ríos de llanura. Asimismo, con la misma base de datos se evaluaron otras metodologías publicadas en la literatura. Como resultado de la contrastación con datos de campo se encontraron las siguientes características de comportamiento:

- En la mayor parte de los casos, las ecuaciones de régimen racionales basadas en el principio MCTS producen mejores predicciones que las resultantes de los métodos empíricos y semi-empíricos. Sin embargo, debe destacarse que las ecuaciones originales de

Lacey, que se calibraron con muy pocos datos, muestran exponentes del caudal muy cercanos a los teóricos.

- De los grupos de ecuaciones basados en el principio MCTS, el grupo B-B presenta muy buenas estimaciones de la profundidad, lo que confirma las bondades del predictor de Brownlie para fricción en cauces arenosos.
- La ecuación P-P se comporta satisfactoriamente para predecir el ancho en grandes ríos, aunque la mayoría tiende a subestimar el ancho y sobreestimar la pendiente, con lo que resulta necesario corregir los coeficientes en las ecuaciones de la Tabla 1. Para ello, se considera adecuado el criterio de Eaton y Millar (2004) para incluir los efectos de resistencia de márgenes (incorporando el clasificador de tipos de vegetación) sintetizados en el ángulo de fricción interna aparente (ϕ') del material.

Agradecimiento. Las investigaciones presentadas en el presente trabajo fueron financiadas por el Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Universidad nacional de Santiago del Estero (CICYT-UNSE) [Proyecto 23-C042], la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT) [Proyecto FONCYT PICTR2002-00175] y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

LISTA DE SÍMBOLOS

A :	Área de la sección transversal del flujo
a_i :	Constantes ($i = 1, 2, 3, \dots$)
B :	Ancho del cauce (a nivel del lecho)
b_i :	Constantes ($i = 1, 2, 3, \dots$)
c_j :	Constantes ($j = 1, 2, 3, \dots$)
C_s :	Concentración total de sedimentos
d :	Tamaño mediano de las partículas de sedimento ($d = d_{50}$)
d_* :	Parámetro adimensional de partícula ($=[(g \cdot \Delta / v^2)^{1/3} \cdot d]$)
g :	Aceleración de la gravedad
H :	Profundidad media del flujo en una sección estable
h :	Profundidad local del flujo
k_i :	Constantes ($i = 1, 2, 3, \dots$)
m :	Inclinación de los taludes en un cauce de sección trapecial
m_r :	Exponente de (H/d) en una ecuación del tipo Einstein & Chien
P :	Perímetro mojado
Q :	Caudal líquido
R :	Radio hidráulico
S :	Pendiente del lecho

T :	Ancho del cauce a nivel de la superficie libre del flujo
U_* :	Velocidad de cizallamiento
V_r :	Velocidad media del flujo
V_c :	Velocidad media del flujo crítica para el inicio de arrastre de sedimentos
Γ :	Razón de aspecto o relación ancho-profundidad del cauce (B/H)
Δ :	Densidad relativa del sedimento sumergido [= $(\rho_s - \rho)/\rho$]
ϕ' :	Angulo de fricción aparente del material de márgenes
ν :	Viscosidad cinemática
μ :	Viscosidad dinámica
ρ :	Densidad del fluido
ρ_s :	Densidad del sedimento

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson, R.J., Bledsoe, B.P. & Hession, W.C. (2004). "Width of Streams and Rivers in Response to Vegetation, Bank Material, and other factors". *Journal of the American Water Resources Association*, Paper No. 03104, October 2004, pp. 1159-1172.

Armstrong L. and Métivier, F. (2003). "Scaling law for the equilibrium width". *EGS/AGU/EUG Joint Assembly*, Nice, France.

Chang, H. H. (1988). *Fluvial Processes in River Engineering*. J. Wiley and Sons, New York, USA.

Eaton, B.C., Millar, R.G. (2004). "Optimal alluvial channel width under a bank stability constraint". *Geomorphology*, Vol. 62, pp. 35-45.

Farias, H.D. (1993a). "Menu de Ecuaciones de Diseño para Canales Arenosos en Régimen", *Revista Latinoamericana de Hidráulica*, IAHR, No. 6, pp. 1-12.

Farias, H.D. (1993b). "Forma de la Sección Transversal en Canales Aluviales Estables", *Revista Latinoamericana de Hidráulica*, IAHR, No. 7, pp. 24-35.

García, M.H. (2000). Discussion of "The Legend of A. F. Shields", by J. M. Buffington. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 126, No. 9, pp. 718-720.

Julien, P. Y. (2002). *River Mechanics*. Cambridge University Press, United Kingdom.

Mengoni, B., Paris, E. & Bettess, R. (2004). "Review of analytical approach to river regime cross-section". *Proceedings River Flow 2004*, Naples, Italy.

Parker, G. (2004). *1D Sediment Transport Morphodynamics with Applications to Rivers and Turbidity Currents*. e-Book. [http://www.ce.umn.edu/~parker/morphodynamics_e-book.htm].

Schumm, S. A. (1977). *The Fluvial System*. Blackburn Press, UK & USA.

Singh, V.P. (2003). "On the theories of hydraulic geometry". *International Journal of Sediment Research*, Vol. 18, No. 3, 2003, pp. 196-218.

Yalin, M.S. & Ferreira Da Silva, A.M. (2001). *Fluvial Processes*. IAHR Monograph, A. A. Balkema Publishers, Rotterdam, The Netherlands.