

ESTABILIDAD DE ENROCADOS AGUAS ABAJO DE DISIPADORES A RESALTO

Raúl Antonio Lopardo y José Miguel Casado

Instituto Nacional del Agua
C.C. 46 (1802 Aeropuerto Ezeiza, Argentina, Tel. 4480 0867
E-mail: rlopardo@ina.gov.ar - Web: <http://www.ina.gov.ar>

RESUMEN

Tomando como punto de partida el estado actual del conocimiento acerca de las velocidades y presiones fluctuantes que se generan en flujos macroturbulentos aguas abajo de disipadores a resalto hidráulico se analizan los órdenes de magnitud de solicitaciones instantáneas en relación con la dimensión representativa de enrocados de protección de lechos fluviales. Para tal fin se utilizan los resultados de intensidades de turbulencia calculados a partir de presiones fluctuantes medidas en el lecho de un cuenco amortiguador a resalto, pudiendo tomarse en consideración el caso de resalto libre o sumergido. Los resultados de diámetros estables resultan función del número de Froude de ingreso al resalto y la sumergencia del mismo. Se efectúa un estudio comparativo de los diámetros representativos estables estimados para canales con turbulencia normal y los obtenidos para resistir los valores instantáneos que se presentan en flujos macroturbulentos. Se demuestra que para un dado número de Froude incidente y diferentes velocidades los valores de diámetros estables obtenidos a partir de los manuales de diseño convencionales están claramente del lado de la inseguridad.

ABSTRACT

Taking into account the actual knowledge on the fluctuating velocities and pressure fluctuations induced by macroturbulent flows downstream hydraulic jump stilling basins, the magnitude of instantaneous actions are analyzed, in order to estimate the representative dimensions of rip-rap for fluvial beds protection. For that purpose, experimental data on turbulence intensity obtained by means of pressure fluctuations amplitudes measured below free or submerged hydraulic jumps stilling basins were used. The stable representative diameters calculated are a function of the incident Froude Number and the submergence factor. A comparative analysis was made between the representative diameters calculated for normal channel turbulence and the representative diameters obtained to resist instantaneous actions induced by macroturbulent flows. It is possible to demonstrate that for a given incident Froude Number and different velocities the stable rip-rap diameters calculated through the usual design manuals are clearly unsafe.

INTRODUCCIÓN

El diseño de disipadores de energía de obras hidráulicas desde un punto de vista global y macroscópico ha merecido numerosas investigaciones en el pasado cercano. Se cuenta así con los elementos básicos para el cálculo del resalto y se dispone de una profusa bibliografía técnica respecto de los disipadores convencionales, que incluye manuales de diseño aparentemente completos. Entre las variables habitualmente definidas como “valores medios” del resalto hidráulico está, sin lugar a dudas, su longitud, que se basa fundamentalmente en observaciones físicas del fenómeno. Sin embargo, a partir de valores instantáneos de velocidades y presiones del flujo se puede discutir en cierta medida la representatividad de esa visión macroscópica del tema.

Sin embargo, el presente estudio no tiene por objetivo discutir las fórmulas de longitud de resalto libre ni resalto sumergido, que fueran ya tratadas en una publicación reciente (Lopardo et Al, 2004). Allí se expone que el cálculo de la longitud del resalto mediante la expresión más

actualizada (Noor Afzal & Bushra A., 2002) resulta para cualquier número de Froude incidente superior en sólo un 15% de respecto de la conocida y universalmente aplicada formula de Smetana. También se plantea en esa publicación una ecuación empírica propuesta para estimar la longitud del resalto sumergido (Sauma Haddad, 1992).

En cualquiera de los dos casos, la definición del final del resalto tiene sólo que ver con aspectos macroscópicos del flujo, no tomando en consideración los fenómenos asociados a la macroturbulencia que el propio resalto genera en el escurrimiento.

La longitud del resalto es una variable particularmente relevante para aspectos de economía y seguridad de la obra. En vertederos de ancho considerable, el ahorro de varios metros en la longitud de la platea de hormigón armado, que a menudo por su fuerte sollicitación debe ser acompañada de importantes anclajes, resulta de singular importancia en la relación beneficio-costos de la obra total. Por ello, es habitual que la platea sea llevada a su mínima longitud compatible con los cálculos, completándose la protección del lecho habitualmente con enrocados.

Del mismo modo, las márgenes del eventual canal de salida del cuenco amortiguador tienden a ser protegidas con esos materiales para evitar erosiones que puedan desviar el flujo de la dirección requerida por el proyectista.

Dentro de las metodologías habituales de cálculo de los diámetros estables de esos enrocados de protección, se consideran parámetros obtenidos de valores del flujo medio, que no son otros que los que se utilizan para la determinación de las longitudes de cuenco, en particular la velocidad media en la salida del resalto U_2 y el tirante del escurrimiento aguas abajo h_r , que puede o no coincidir con el conjugado h_2 (Figura N° 1). Debido a lo expuesto, es necesario tomar en consideración los parámetros del flujo fluctuante para una adecuada definición de los enrocados estables de protección en esa zona fuertemente sollicitada por acciones fluctuantes aguas abajo de disipadores de energía.

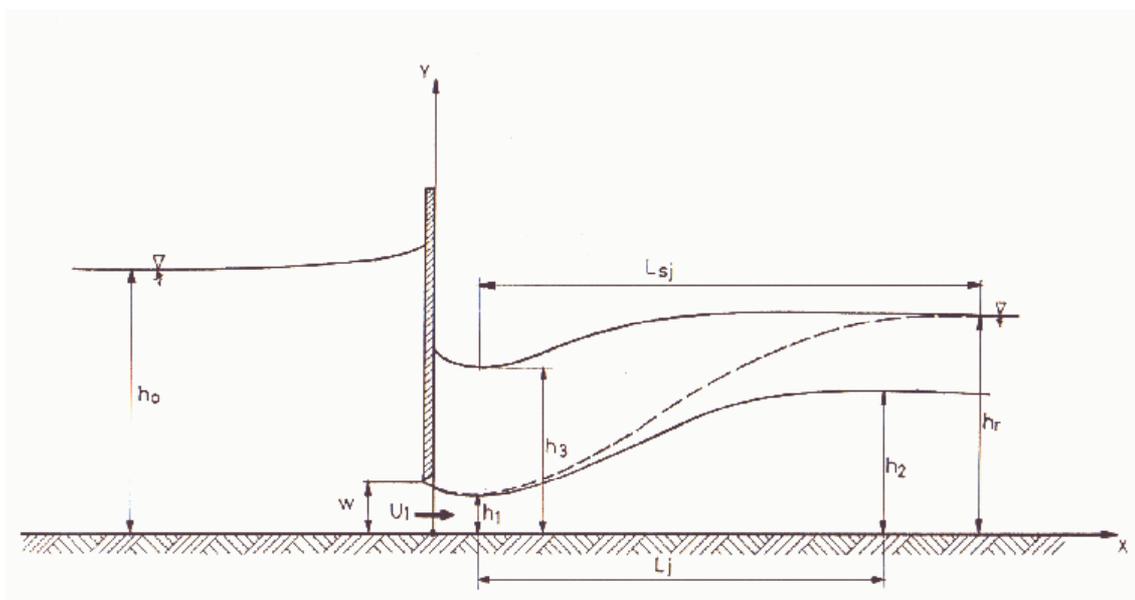


Figura1.- Esquema de resalto libre y sumergido

Aunque las condiciones medias del resalto pueden asumirse como estacionarias, es evidente que íntimamente es un proceso altamente impermanente. Si bien en la sección final del resalto teóricamente debiera contarse con una distribución de velocidades medias temporales correspondientes a las de un canal en régimen fluvial y con una intensidad de turbulencia adecuada al flujo a superficie libre, la tendencia a mayores velocidades en la proximidad del fondo y sustancialmente una intensidad de turbulencia muy superior a la normal en canales pueden producir efectos de erosión sobre el lecho fluvial aguas abajo de la estructura de protección.

Partiendo del conocimiento actual de las características de velocidad y presión del flujo macroturbulento en la región inmediatamente posterior al que fija la longitud del resalto (asumiendo que se ha diseñado el cuenco con esa dimensión mal llamada "teórica"), se propone obtener órdenes de magnitud de los materiales de protección del lecho en relación con los estimados habitualmente, demostrando al menos cualitativamente el motivo fundamental de las fallas de enrocados de protección calculados a partir de los valores medios.

RESALTO HIDRÁULICO E INTENSIDAD DE TURBULENCIA

La turbulencia residual aguas abajo de un resalto libre ha sido interpretada por la intensidad de turbulencia K_v (Kalis, 1969). Para el caso de turbulencia aguas abajo de resaltos libres, en una zona definida por el entorno $0.9 \leq x/Lr \leq 1.1$ (Lopardo et al, 1984).

La intensidad de turbulencia en canales de flujo uniforme, fuera de escurrimientos macroturbulentos como los que produce el resalto hidráulico, se estima en órdenes de $K_v = 0.01$, siendo:

$$K_v = \frac{\sqrt{u'^2}}{U_2} \quad (1)$$

Para interpretar la intensidad de turbulencia puede aplicarse la fluctuación de presiones a partir del parámetro $C'p$ definido como:

$$C'p = \frac{\sqrt{p'^2}}{\rho \frac{U_1^2}{2}} \quad (2)$$

que permite estimar la intensidad turbulenta mediante la expresión:

$$K_v = 0.41(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1)\sqrt{C'p} \quad (3)$$

En virtud de los resultados experimentales (Lopardo et al, 1988) es posible obtener en función del número de Froude incidente el coeficiente de intensidad turbulenta K_v para la sección final del resalto estable a los efectos de la turbulencia normal de flujo en canales:

$$K_v = 0.36 (F_1 - 1)^{0.55} \quad (4)$$

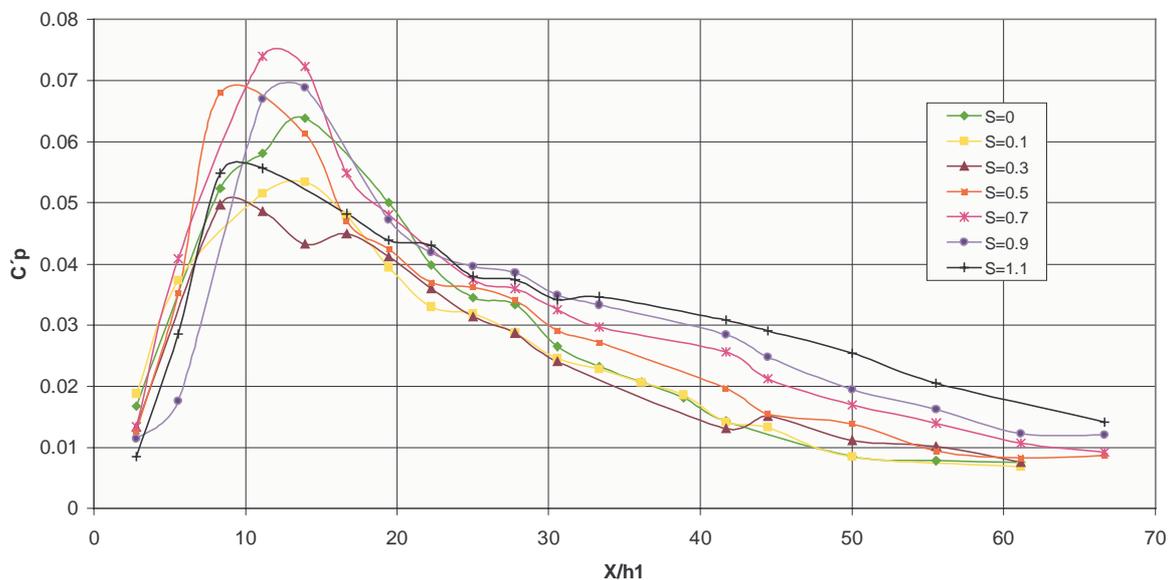
La Tabla N° 1 permite apreciar la variación del coeficiente C'_p en función de F_1 para resaltos libres y estables.

Tabla 1.- Intensidad de turbulencia

F_1	K_v	C'_p
3	0.527	0.029
4	0.659	0.024
5	0.772	0.020
6	0.872	0.018
7	0.964	0.016
8	1.050	0.014
9	1.130	0.013

En el caso de resaltos sumergidos, se parte del análisis de presiones presentado en la Figura 2, comportamiento del (que ilustra acerca de un con referencia a la distancia adimensionalizada para

sumergidos, se parte del instantáneas, del tipo del donde se aprecia el coeficiente adimensional C'_p promedio de fluctuaciones) al origen x/h_1 distintos valores de



sumergencia $S = (h_r - h_2) / h_2$. A través de ese conjunto de valores experimentales se ha podido interpolar los valores de x/h_1 para los que se correspondería un valor de $C'_p = 0.02$, donde, de acuerdo a lo convenido para el resalto libre, se tendría una verdadera condición "dinámica" de finalización del resalto " L_t ", para $x/h_1 = 36$.

Figura2.- Presiones fluctuantes en resalto sumergido para $F_1 = 5$

En base a resultados recientes (Lopardo et Al, 2004), se estima importante en el diseño de estructuras de protección de lechos aguas abajo de compuertas de fondo, utilizar la distancia L_t antes definida, que es mayor a la definición macroscópica de L_r que viene dada por la ecuación correspondiente, aunque ella interprete correctamente las condiciones medias del escurrimiento.

Los órdenes de magnitud de variación de las velocidades instantáneas en relación con las velocidades medias hacen pensar que ese efecto puede ser en gran medida responsable de la inevitable falla de las protecciones de enrocado aguas abajo de cuencos amortiguadores a resalto, para condiciones de escurrimiento muchas veces muy inferiores a las de diseño.

ENROCADO ESTABLE DE PROTECCIÓN

Si se asume que la protección de enrocado de diámetro uniforme d_s sobre un lecho plano a la acción de una corriente normal a superficie libre puede ser calculada a partir de ecuaciones convencionales, del tipo de la expresión de Ramette aplicada a ese fondo (Lopardo, 1976, 1):

$$d_s = \tau_t / [g (s-1) A f(\alpha)] \quad (5)$$

donde τ_t es la tensión de corte en contacto con el enrocado, s la relación entre pesos específicos del enrocado y el agua, $f(\alpha)$ una función de talud que resulta unitaria si el fondo es plano y "A" una constante numérica que de acuerdo con Ramette puede resumirse $A = 0,02$.

De la ecuación (5) es posible extraer para fondo plano:

$$[g (s-1) A] d_s = \tau_t = \rho U_*^2 \quad (6)$$

siendo ρ la masa específica del agua y U_* la velocidad de corte, ligada a la velocidad de escurrimiento V a través de la expresión de Kármán-Prandtl. Si se define el número de Froude del enrocado como:

$$F_G = V / [g (s-1) d_s]^{1/2} \quad (7)$$

la expresión (6) incluyendo la velocidad V en lugar de la velocidad de corte resulta:

$$F_G = [8,48 + 5,75 \log(2y/d_s)] \sqrt{0,02} \quad (8)$$

donde la velocidad V que integra el número de Froude del grano debe ser medida a la distancia "y" al pie del talud, tal que $y = 0,8 h$.

Un análisis simplificado (Lopardo, 1976) permite llevar la expresión (8) a una que tenga como variable la velocidad media del escurrimiento en lugar de la velocidad V puntual. en ese caso se llega a una expresión del tipo:

$$F_G = B (h/d_s)^{1/6}, \quad (9)$$

de la que puede despejarse el diámetro estable:

$$d_s = 0.28 V^3 h^{-1/2} [g(s-1)]^{-3/2} \quad (10)$$

La relación entre F_G y h/d_s fue presentada hace casi treinta años y no se pretende que sea la más ajustada a valores de la realidad, pero ha cumplido su función razonablemente, salvo en regiones donde la intensidad de turbulencia supera los rangos normales.

Según el cuerpo de Ingenieros de los Estados Unidos, la determinación del diámetro $d_s = d_{50}$, para "rip-rap" hasta una distancia de diez veces el tirante conjugado h_2 aguas abajo de un dissipador a resalto puede ser estimado a partir de la velocidad media del escurrimiento que egresa del cuenco mediante las expresión convencional de Izbash ($F_G = Cte$) con la constante

numérica 1,70 para flujo "normal" y 1.22 para escurrimiento altamente turbulento (desde el final del cuenco amortiguador a resalto hasta una distancia de $10 h_2$ aguas bajo de esa sección). De acuerdo con ese criterio, sería posible calcular el diámetro estable de protección con la simple fórmula:

$$V = 0.86 [2 g(s-1) d_s]^{1/2} \quad (11)$$

A partir de las experiencias de presiones y velocidades fluctuantes aguas abajo de resaltos libres y sumergidos se ha considerado posible vincular la velocidad media máxima instantánea de escurrimiento (obtenida de la suma de la velocidad media más la que surge de la intensidad de la turbulencia) para determinar una nueva relación entre F_G y h/d_s .

Debe tenerse presente que la intensidad de turbulencia está definida por la amplitud media cuadrática y no por el verdadero máximo valor de amplitud, que según Kalis puede triplicarlo. Si bien a partir de los estudios de presiones fluctuantes en flujos macroturbulentos inducidos por resalto hidráulico se ha detectado que ese apartamiento es diferente para distintos números de Froude incidentes al resalto se confirma que la semiamplitud máxima negativa de presión supera en esos rangos a la media cuadrática.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

En virtud de las experiencias de presiones fluctuantes ha sido posible constatar con cierto grado de razonabilidad el comportamiento de la ecuación (4) para un rango de números de Froude incidentes entre 2 y 9, tal como puede apreciarse en la Figura N° 3. Los valores de K_v que integran ese gráfico han sido experimentalmente determinados en laboratorio siguiendo la metodología planteada en anteriores trabajos) Lopardo et Al, 1988).

En esa misma figura se ha representado la relación entre el diámetro estable representativo de una protección en flujo macroturbulento d_s calculado con su velocidad instantánea definida por su carácter macroturbulento y el correspondiente diámetro estable para flujo con turbulencia normal d_{s0} para la misma velocidad media y tirante líquido de escurrimiento, en ambos casos utilizando la expresión (10). A partir de esos resultados, y tomando en cuenta una mayoración de la velocidad de cálculo (asumiendo un valor instantáneo igual a la suma del valor medio más el medio cuadrático de fluctuación) es posible efectuar un análisis preliminar, tendiente a determinar el orden de magnitud de los diámetros de enrocado de protección necesarios para lechos planos aguas abajo de disipadores a resalto libre y resalto sumergido. Se observa en la figura N° 3 que los diámetros estables calculados sin tener en cuenta el efecto macroturbulento son sustancialmente inferiores a los que se necesitan para proteger lechos fluviales aguas abajo de disipadores a resalto y que esa diferencia crece sustancialmente para números de Froude de ingreso crecientes.

La Figura N° 4 ilustra acerca de la diferencia entre las relaciones tirante/diámetro con el número de Froude de enrocado, según se calculen para flujo con turbulencia normal o para flujo macroturbulento para número de Froude de ingreso al resalto $F_1 = 6$.

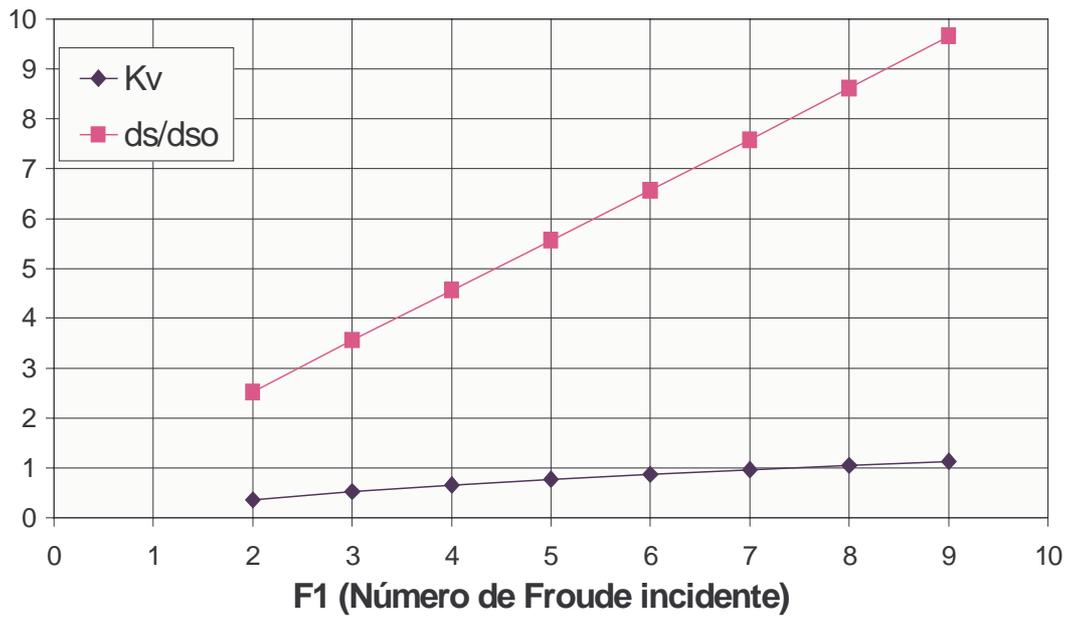


Figura 3.- Turbulencia al final del resalto (x/L_r)

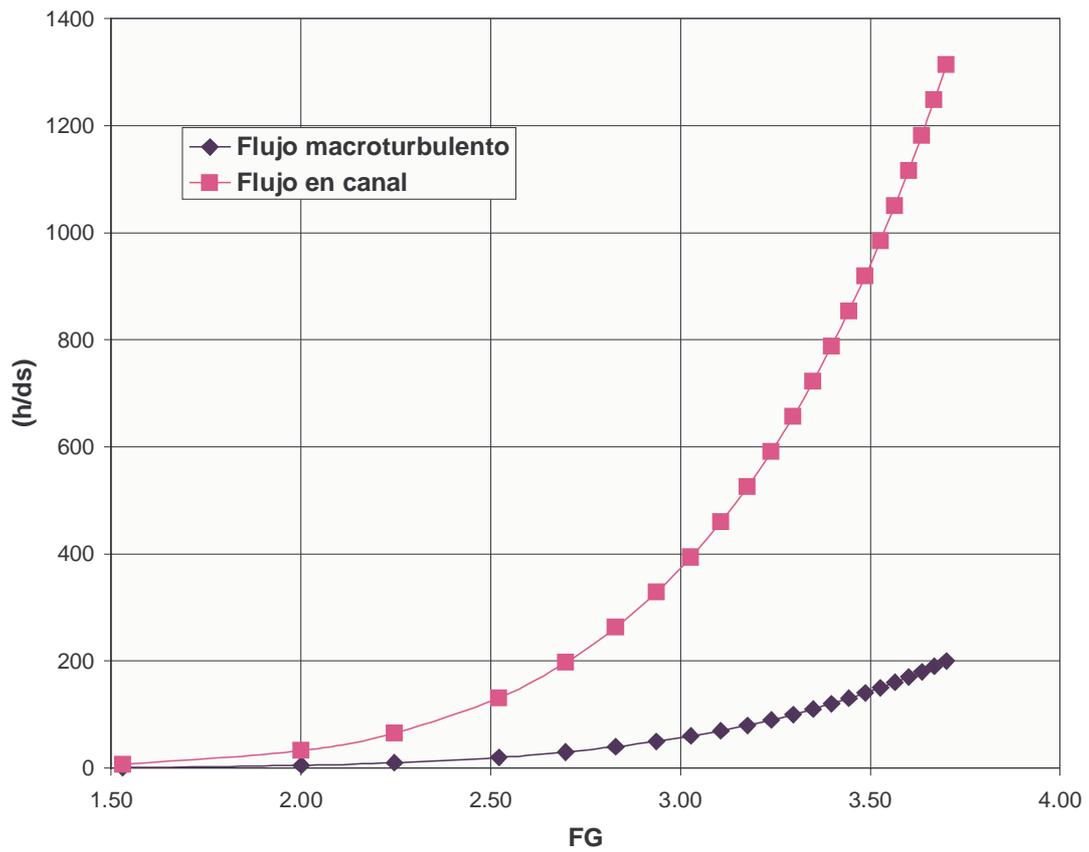


Figura 4.- Estabilidad de enrocados para $F_1 = 6$ ($x = L_r$)

Finalmente, se presenta la Figura N° 5 a efectos de evaluar la incidencia de la macroturbulencia sobre el diámetro estable para un caso particular, en el que el número de Froude al resalto es $F_1 = 6$, para una velocidad media de egreso al resalto $V = 5$ m/s.

Para ese rango de velocidades, que son del orden de las que habitualmente exceden al resalto en grandes presas, utilizando el criterio del US Bureau of Reclamation, si se considera siempre un enrocado de peso específico 2.650 Kgr/m^3 , resulta un diámetro estable $d_s = 1,05$ m.

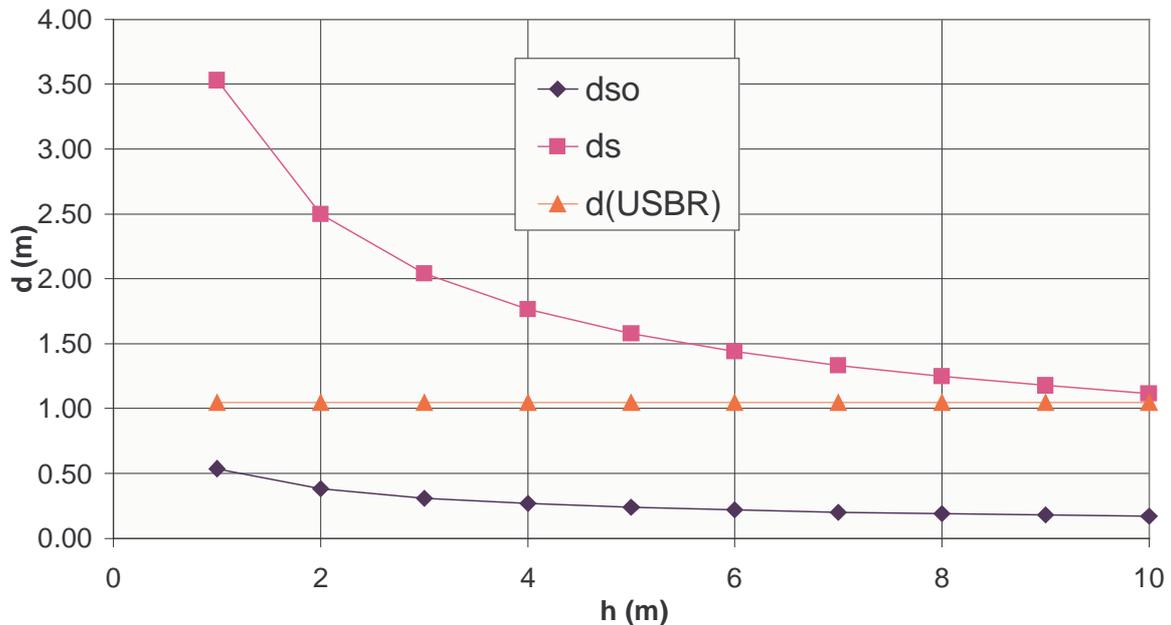


Figura 5.- Diámetros estables para $V = 5$ m/s

A través de una medición de esfuerzos fluctuantes por integración de presiones inducidas por resalto hidráulico losas planas ubicadas detrás de una barrera bidimensional se ha efectuado una serie de ensayos experimentales tendientes a determinar el valor de las acciones máximas ascendentes sobre bloques de gran tamaño componentes de un lecho rocoso. Ellos serían equivalentes a grandes bloques de protección cuyo tamaño se desea calcular. Los valores instantáneos de los esfuerzos se obtienen mediante una integración discreta de valores de la presión relevada en "n" puntos en forma simultánea, mediante transductores de presión y un sistema computacional de almacenamiento (Lopardo et Al, 1996): Se define de ese modo el parámetro:

$$F'_{ij} = \Omega_i p'_{ji} d\Omega_i, \quad (12)$$

donde p'_{ji} es la presión fluctuante registrada por el sensor "i" en el instante "j", el sensor "i" varía entre 1 y "n", número total de sensores. A su vez "j" es el número de dato, variando entre 1 y "N", total de datos muestreados (funciona como el tiempo, pero en forma discreta) y $d\Omega_i$ es la porción de área asignada al sensor "i". Se obtienen 16384 datos de fuerzas a lo largo del período de muestreo en cada ensayo. Sobre la base de este archivo de datos pueden obtenerse parámetros estadísticos que expresen los valores medios de fluctuación de fuerzas y también valores extremos de los mismos. Se define el siguiente parámetro adimensional:

$$C'_F = F'_{(rms)} / [(1/2) \Omega U_1^2 a b], \quad (13)$$

donde "a" y "b" son el ancho y el largo de la losa de cálculo.

Esas experiencias fueron desarrolladas en laboratorio, con números de Reynolds incidentes superiores a 10.000, tirantes de ingreso al resalto por encima de los 3 cm. De esos resultados experimentales se utilizarán los obtenidos para número de Froude incidente $F_1 = 4$ y $x/h_1 = 26$.

Se han efectuado cálculos estimativos acerca del tamaño de bloques de roca basáltica que podrían ser removidos aguas abajo del cuenco amortiguador de Salto Grande, sobre el río Uruguay (Argentina-Uruguay), tomado una condición exigente ocurrida: $q = 70.87 \text{ m}^2/\text{s}$, longitud de cuenco 64 m ($L_r = 82\text{m}$), número de Froude de ingreso $F_1 = 4.17$ ($h_1 = 3.09 \text{ m}$ y $U_1 = 22.96 \text{ m/s}$) y $x/h_1 = 26.5$. Los resultados obtenidos permiten calcular a través del coeficiente C'_F el esfuerzo instantáneo medio cuadrático $F(\text{rms})$.

Tomando los registros para número de Froude $F_1 = 4$ con barrera bidimensional los valores extremos ascendentes resultan entre 3.07 y 3.20 veces más elevados que los medios cuadráticos. En base a estos resultados, es posible estimar un espesor de losa del orden de 1.70 m, para dimensiones lineales del orden de varios metros. Ello es coincidente con las constataciones visuales efectuadas durante una reparación del cuenco (Lopardo y Lapetina, 1997). En este último caso se ha dejado esbozado otra paradoja, al exponerse que los cuencos con diente final, utilizados indiscriminadamente, sólo parecen aptos cuando el material erosionable aguas abajo es de tipo granular, con movimiento masivo y francamente desaconsejables cuando se trata de roca meteorizada, que forma bloques de tamaño importantes removidos por el flujo. Con lo expuesto, se demuestra que el enrocado de protección calculado mediante este criterio queda muy reducido cuando el cuenco (como en Salto Grande) sólo llega al 60% de la longitud del resalto y el diente final incrementa aún más la intensidad de turbulencia.

CONCLUSIONES

Como es conocido en la práctica, los aspectos que pueden ser responsables de una erosión no controlada aguas abajo de un cuenco amortiguador a resalto son los siguientes:

- a) una mal concebida economía de obra, al proyectarse cuencos de menor longitud que la verdadera longitud de intensidad de turbulencia y aún menores que la "clásica" calculada del resalto. Se ha llegado a casos notables, como la propuesta de 29 m de longitud de platea para el vertedero principal de la presa de Yacyretá, luego construida de más de 100 m,
- b) un diseño de cuenco a resalto con bajo número de Froude de ingreso en el que no se tuvo en cuenta que la longitud "clásica" del resalto es fuertemente superada por los procesos de distribución de velocidades y macro-turbulencia del flujo de salida,
- c) una sobreestimación de la disipación de elementos que fuerzan el resalto o de la calidad de la roca que continúa detrás del cuenco, disminuyendo en exceso su longitud;
- d) un descenso no calculado del nivel de restitución,
- e) una distribución no uniforme del gasto en el vertedero, que concentra el flujo con peores condiciones de receptividad del cauce aguas abajo.

Debido a la evidente necesidad de proteger el lecho aguas abajo del cuenco, se ha asumido con escasa fortuna que los diámetros estables pueden ser del mismo orden de magnitud que los que se obtienen para proteger el lecho de un canal estable, con turbulencia normal, pensando erróneamente que donde termina la longitud clásica del resalto ya el flujo está "en condiciones normales".

También se ha pasado revista a la recomendación del Hydraulic Design Criteria (WES, 1970), que presenta una fórmula especial para utilizar hasta $10 h_2$ aguas abajo del final de un cuenco a resalto, demostrándose que para determinados números de Froude y órdenes de velocidad de egreso están también claramente del lado de la inseguridad.

A lo largo de las experiencias mencionadas, se estima haber puesto de manifiesto la relevancia de tomar en cuenta los valores fluctuantes del flujo en la determinación de diámetros estables aguas abajo de disipadores a resalto, resultando valores varias veces superiores a los del cálculo tradicional.

Sin embargo, los casos particulares de grandes presas deberán ser estimados adecuadamente mediante el cálculo de valores instantáneos obtenidos de experiencias en modelos físicos.

LISTA DE SÍMBOLOS

A:	área de la sección transversal
B:	ancho del cauce
C_p :	coeficiente de presiones fluctuantes
$d_{s(0)}$:	diámetro representativo de enrocado de protección para flujo en canal
d_s :	diámetro representativo de enrocado de protección para flujo macroturbulento
F_{ij} :	esfuerzo ascensional sobre el bloque de protección
F_1 :	número de Froude incidente del resalto
g:	aceleración de la gravedad
h:	tirante líquido
h_1 :	tirante conjugado inicial del resalto
h_2 :	tirante conjugado final del resalto
K_v :	intensidad de turbulencia
L_r :	longitud "teórica" del resalto
L_t :	longitud total real del resalto
p' :	presión instantánea
S:	coeficiente de sumergencia
s:	relación de pesos específicos entre sólido y líquido
u' :	componente en x de la velocidad instantánea
U_1 :	velocidad media de ingreso al resalto
U_2 :	velocidad media de egreso al resalto
U_* :	velocidad de corte
V:	Velocidad media temporal del flujo
x:	abscisa, en la dirección del escurrimiento
α :	ángulo de talud
ρ :	masa específica del fluido
Ω_i :	superficie del bloque de protección
τ_t :	tensión de corte turbulenta

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Kalis, J. (1961): "Diminution de la turbulence derrière le ressaut", *IX IAHR International Congress, Dubrovnik, proc. paper J11*.

Lopardo, R.A. (1976): "Cálculo práctico de enrocados para protección de márgenes", *Anales del VI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR, Santiago, Chile, 1976, Vol. I, pág. 429-440*.

Lopardo et Al. (1984): "Algunas experiencias sobre velocidades instantáneas en el egreso de un resalto hidráulico", *XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR, Buenos Aires, Vol. 2, pág. 601-612*.

Lopardo, R.A. (1988): "Stilling basin pressure fluctuations", *International Symposium on Model-Prototype Correlation of Hydraulic Structures*. Colorado Springs, USA, pág. 56-73.

Lopardo, R.A. et Al. (1988): "Energía cinética turbulenta aguas abajo de disipadores a resalto", *XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR, La Habana, Cuba, Vol. 4, pág. 171- 181*.

Lopardo, R.A. et Al. (1996): "Stochastic approach on fluctuating actions induced by macroturbulent flows", *RiverTech '96, Chicago, Illinois, USA, Volumen 1, pág. 570-578*,

Lopardo, R.A. et Al. (2004): "Una aproximación por turbulencia remanente de la longitud del resalto sumergido", *XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Sao Pedro, Brasil, Paper G362*,

Lopardo, R.A. et Al. (1999): "Physical modelling and design estimation of instantaneous pressures in stilling basins", *Proceedings of the XXVIII IAHR Congress*. Graz, Austria, CD-ROM version.

Lopardo, R.A. & Lapetina, M. (1997): "Local scour on rocky beds downstream stilling basins", en *Management of Landscapes Disturbed by Channel Incision*, editado por S.S.Y. Wang, E.J. Langendoen y F.D. Shields, The University of Mississippi, Oxford, USA, pág. 288-295.

Noor Afzal & Bushra A. (2002): "Structure of the turbulent hydraulic jump in a trapezoidal channel", *Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol 40, N° 2, pág. 205-214*.

WES (1970): "Stone Stability", *Hydraulic Design Criteria*, U.S. Army Engineer Waterways Experimental Station, Vicksburg, Mississippi, sheet 712-1.